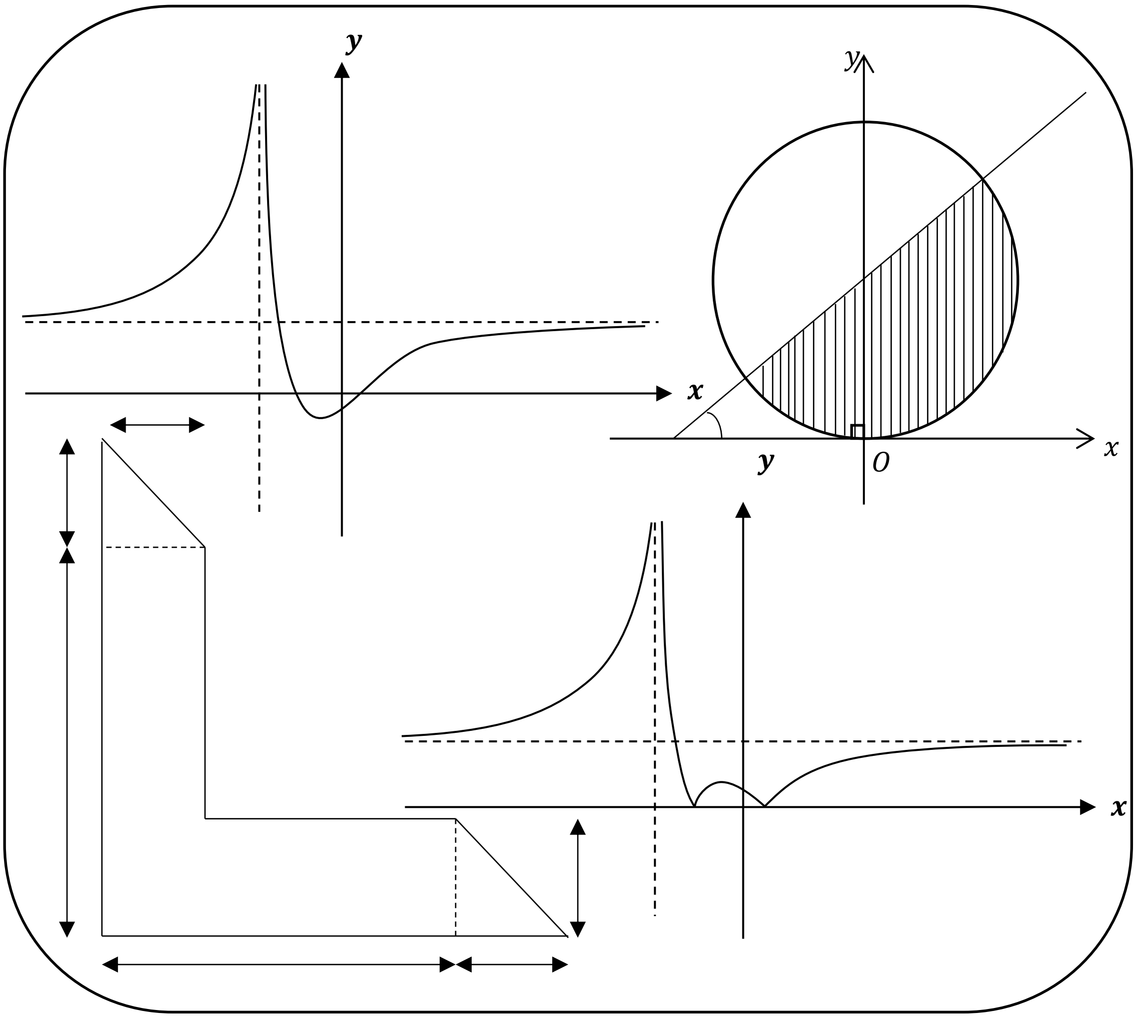
மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள் நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 16வது முன்னோடிப் பரீட்சை 2025

10(I) - இணைந்த கணிதம் I

விடைகள் (புள்ளியிடும் திட்டம்)



Prepared By
B.Raveendran *B.Sc.*

1. கணிதத் தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டைப் பயன்படுத்தி, எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் $\sum_{r=1}^{n} 3^{r-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(3^n - 1)$ என நிறுவுக.

$n = 1$ இற்கு $L.H.S = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$R.H.S = \frac{1}{\sqrt{3}}$

$n = 1$ இற்கு முடிவு உண்மை. 5

$n = p\ (\in \mathbb{Z}^+)$ இற்கு முடிவு உண்மை என்க.

$$\sum_{r=1}^{p} 3^{r-\frac{3}{2}} = \frac{1}{2\sqrt{3}}(3^p - 1) \quad 5$$

$n = p + 1$ ஆக,

$$\sum_{r=1}^{p+1} 3^{r-\frac{3}{2}} = \sum_{r=1}^{p} 3^{r-\frac{3}{2}} + 3^{p+1-\frac{3}{2}}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}}(3^p - 1) + \frac{3^p}{\sqrt{3}} \quad 5$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{3}}(3^p - 1 + 2 \cdot 3^p)$$

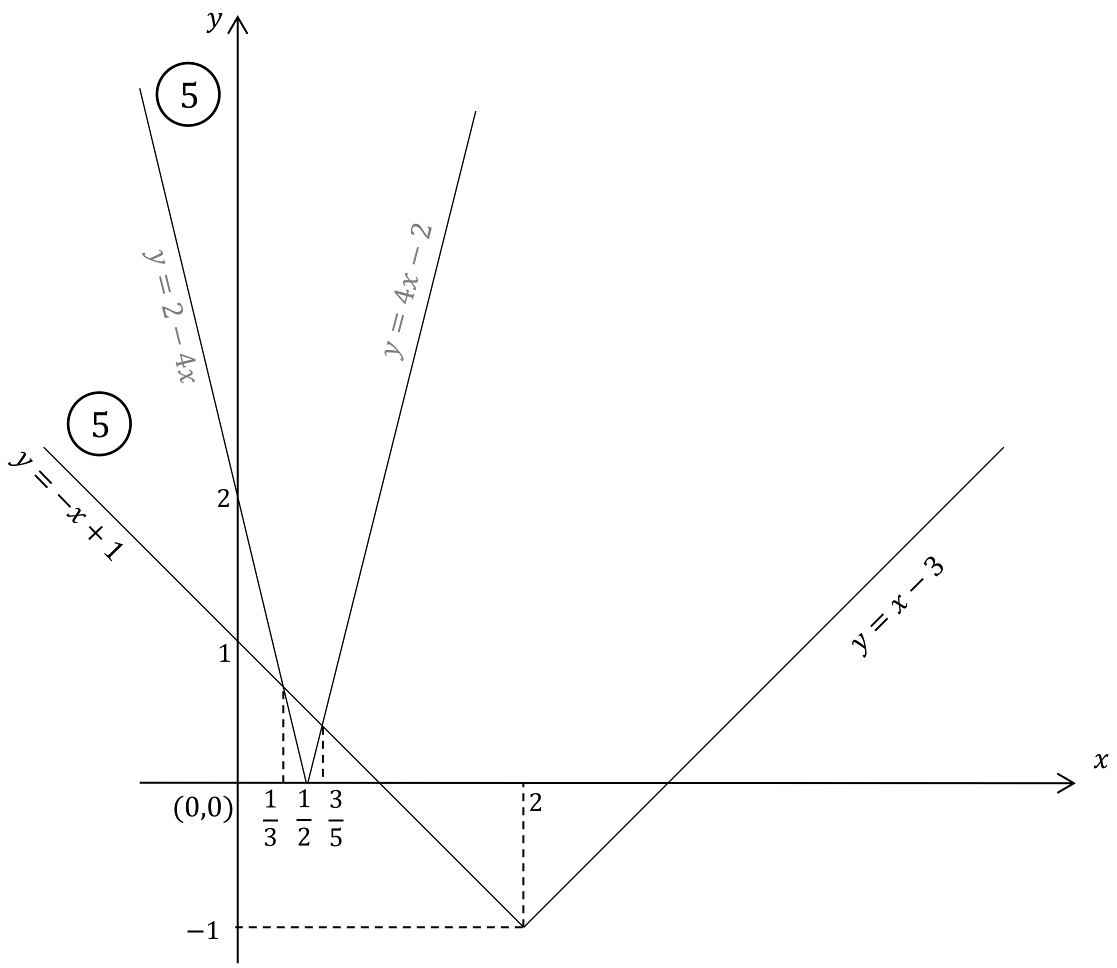
$$= \frac{1}{2\sqrt{3}}(3^{p+1} - 1) \quad 5$$

$n = p$ இற்கு முடிவு உண்மை எனின் $n = p + 1$ இற்கு முடிவு உண்மை.

$n = 1$ இற்கு முடிவு உண்மை என்று ஏற்கனவே நிறுவப்பட்டுள்ளது. எனவே, கணிதத்தொகுத்தறிவுக் கோட்பாட்டின் படி எல்லா $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கும் முடிவு உண்மை. 5

25

2. $y = 2|1-2x|, y = |x-2|-1$ ஆகியவற்றின் வரைபுகளை ஒரே வரிப்படத்தில் பருமப்படியாக வரைக. **இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக,** சமனிலி $|x-4|-4|x-1|>2$ ஐத் திருப்தியாக்கும் xஇன் எல்லா மெய்ப் பெறுமானங்களையும் காண்க.



$$2-4x = -x+1$$

$$x = \frac{1}{3}$$

$$4x-2 = -x+1$$

$$x = \frac{3}{5}$$

5

$$|x-2|-1 > 2|1-2x|$$

$$y > y$$

$$\frac{1}{3} < x < \frac{3}{5}$$

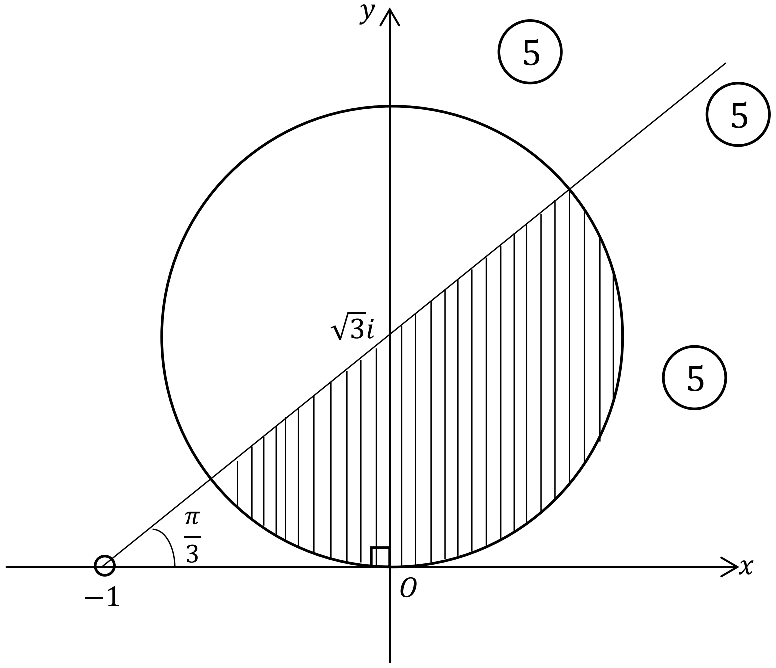
$$|x-2|-1 > 2|1-2x| \Rightarrow \frac{1}{3} < x < \frac{3}{5} \quad 5$$

$$x \to \frac{x}{2} \Rightarrow \left|\frac{x}{2}-2\right|-1 > 2\left|1-2\cdot\frac{x}{2}\right| \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{x}{2} < \frac{3}{5}$$

$$|x-4|-2 > 4|1-x| \Rightarrow \frac{2}{3} < x < \frac{6}{5} \quad 5$$

25

3. $\left|zi+\sqrt{3}\right| \leq \sqrt{3}, Arg(z+1) \leq \frac{\pi}{3}$ என்னும் சமனிலிகளைத் திருப்தியாக்கும் சிக்கலெண்கள் zஐ வகை குறிக்கும் புள்ளிகளைக் கொண்ட பிரதேசம் S ஐ ஓர் ஆகண் வரிப்படத்தில் நிழற்றுக. மேலும் S இன் பரப்பளவையும் காண்க.



$$\left|zi+\sqrt{3}\right| \leq \sqrt{3}$$

$$\left|i\left(z-\sqrt{3}i\right)\right| \leq \sqrt{3}$$

$$\left|z-\sqrt{3}i\right| \leq \sqrt{3} \quad 5$$

நிழற்றிய பரப்பு $= \frac{1}{2}\pi\left(\sqrt{3}\right)^2$

$= \frac{3\pi}{2}$ சதுர அலகுகள் 5

25

4. $\left(x^2+\frac{k}{x}\right)^7$ இன் ஈருறுப்பு விரியில் x^{-4}, x^2, x^5 ஆகியவற்றின் குணகங்கள் பெருக்கல் விருத்தியின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்கள் எனின் $k=5$ எனக் காட்டுக.

$$T_{r+1} = {}^7C_r\,(x^2)^{7-r}\left(\frac{k}{x}\right)^r$$

$$T_{r+1} = {}^7C_r\,k^r\,x^{14-3r} \quad 5$$

$$\left.\begin{aligned} x^{-4} &: 14-3r=-4 \\ & \quad r=6 \\ x^{2} &: 14-3r=2 \\ & \quad r=4 \\ x^{5} &: 14-3r=5 \\ & \quad r=3 \end{aligned}\right\} \quad 5$$

${}^7C_6\,k^6,\ {}^7C_4\,k^4,\ {}^7C_3\,k^3$ ஆகியன பெருக்கல் விருத்தியின் அடுத்துள்ள உறுப்புக்களாக அமைவதால்,

$$\frac{{}^7C_4\,k^4}{{}^7C_6\,k^6} = \frac{{}^7C_3\,k^3}{{}^7C_4\,k^4} \quad 5 + 5$$

$$\frac{{}^7C_4}{{}^7C_6} = k \quad 5$$

$$k = \frac{\frac{7!}{3!\,4!}}{7} = 5$$

25

5. $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\lim_{y \to a} \frac{y^n - a^n}{y - a} = na^{n-1}$ எனும் முடிபினைப் பயன்படுத்தி அல்லது வேறுவிதமாக $k \in \mathbb{Z}^+$ ஆயிருக்க $\lim_{x \to 0} \frac{x(x+1)^k - x - x^3 \cot x}{(1 - \cos 2x)} = 1012$ எனத் தரப்படின் kஇன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$\lim_{x \to 0} \frac{x(x+1)^k - x - x^3 \cot x}{1 - \cos 2x} = 1012$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{x[(x+1)^k - 1] - x^3 \cot x}{2 \sin^2 x} = 1012 \quad 5$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{\frac{(x+1)^k - 1}{x} - x\frac{\cos x}{\sin x}}{2\frac{\sin^2 x}{x^2}} = 1012 \quad 5$$

$$\frac{\lim_{\substack{x \to 0 \\ x+1 \to 1}} \frac{(x+1)^k - 1^k}{(x+1) - 1} - \frac{\lim_{x \to 0} \cos x}{\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}}}{2\left(\lim_{x \to 0} \frac{\sin x}{x}\right)^2} = 1012 \quad 5$$

$$\frac{k \cdot 1^{k-1} - 1}{2 \cdot 1^2} = 1012 \quad 5$$

$$k = 2025 \quad 5$$

25

6. $y = \frac{1}{\sin x + \cos x}, y = 0, x = 0, x = \frac{\pi}{4}$ என்னும் வளையிகளினால் உள்ளடைக்கப்படும் பிரதேசம் $x -$ அச்சைப் பற்றி 2π ஆரையன்களினூடாகச் சுழற்றப்படுகின்றது. இவ்வாறு பிறப்பிக்கப்படும் திண்மத்தின் கனவளவு $\frac{\pi}{2}$ எனக் காட்டுக.

தேவையான கனவளவு $= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} y^2 \, dx$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{1 + \sin 2x} \, dx \quad 5$$

$$= \pi \int_0^{1} \frac{1}{1 + \frac{2t}{1+t^2}} \frac{dt}{1+t^2} \quad : \quad t = \tan x, \quad dt = \sec^2 x \ dx \quad 5$$

$$= \pi \int_0^{1} \frac{1}{(t+1)^2} dt \quad 5$$

$$= \pi \left. \frac{(t+1)^{-1}}{-1 \times 1} \right|_0^1 \quad 5$$

$$= -\pi \left[\frac{1}{2} - 1 \right] \quad 5$$

$$= \frac{\pi}{2}$$

$\boxed{25}$

7. ஒரு வளையி C ஆனது $-1 < t < 1$ இற்கு $x = te^{sin^{-1}(t)}, y = e^{cos^{-1}(t)}$ இனால் பரமானமாகத் தரப்படுகின்றது. $\frac{dy}{dx} = \frac{-e^{cos^{-1}(t)}}{te^{sin^{-1}(t)}+\sqrt{1-t^2}e^{sin^{-1}(t)}}$ எனக் காட்டுக. வளையி Cயிற்கு $t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ ஐ நேரொத்த புள்ளியில் வரையப்பட்ட செவ்வன், புள்ளி (a, b) இனூடாகச் செல்லுமெனின் $b = \sqrt{2}a$ எனக் காட்டுக.

$$\frac{dx}{dt} = t \cdot e^{\sin^{-1}(t)} \cdot \frac{1}{\sqrt{1-t^2}} + e^{\sin^{-1}(t)} \quad 5$$

$$\frac{dy}{dt} = e^{\cos^{-1}(t)} \frac{(-1)}{\sqrt{1-t^2}} \quad 5$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dt} \cdot \frac{dt}{dx}$$

$$= \frac{-e^{\cos^{-1}(t)}}{\sqrt{1-t^2}} \cdot \frac{\sqrt{1-t^2}}{t \cdot e^{\sin^{-1}(t)} + \sqrt{1-t^2} \cdot e^{\sin^{-1}(t)}} \quad 5$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{-e^{\cos^{-1}(t)}}{t \cdot e^{\sin^{-1}(t)} + \sqrt{1-t^2} \cdot e^{\sin^{-1}(t)}}$$

$$\left(\frac{dy}{dx}\right)_{t=\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{-e^{\frac{\pi}{4}}}{\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{\pi}{4}} + \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{\pi}{4}}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \quad \mathbf{5}$$

$t = \frac{1}{\sqrt{2}}$ இனை நேரொத்த புள்ளி$\equiv \left(\frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{\pi}{4}}, e^{\frac{\pi}{4}}\right)$

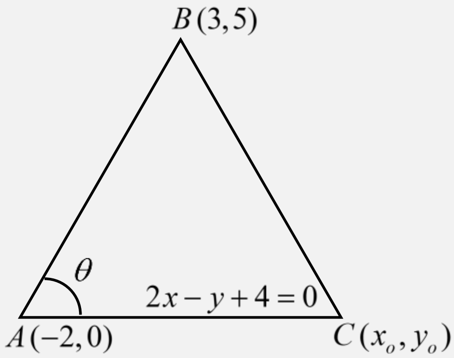
$$\frac{b - e^{\frac{\pi}{4}}}{a - \frac{1}{\sqrt{2}} e^{\frac{\pi}{4}}} = \sqrt{2} \quad 5$$

$$b = \sqrt{2}a$$

25

8. அருகிலுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணம் ABC யில்

$A \equiv (-2,0), B \equiv (3,5), C \equiv (x_o, y_o)$ ஆகும். அத்துடன் ACயின் சமன்பாடு $2x - y + 4 = 0$ ஆகவும் $B\hat{A}C = \theta$ ஆகவும் இருப்பின் $tan\,\theta = \frac{1}{3}$ எனக்காட்டி, $AB = BC$ எனின் $x_0 = 4, y_0 = 12$ எனவும் காட்டுக.



ABயின் படித்திறன் $= \frac{5}{5} = 1$

ACயின் படித்திறன் $= 2$ 5

$$\tan\theta = \left|\frac{2-1}{1+2\cdot 1}\right|$$ 5

$$\tan\theta = \frac{1}{3}$$

$AB = BC$ எனின் $A\hat{C}B = \theta$ ஆகும்

BCயின் படித்திறன் m என்க.

$$\tan\theta = \left|\frac{m-2}{1+m\cdot 2}\right|$$

$$\frac{m-2}{1+2m} = \pm\frac{1}{3}$$ 5

$$m = 7, 1$$

ஆனால் $m = 1$ ஆனது ABயின் படித்திறன்

$\therefore$ BCயின் படித்திறன் $= 7$

$$\frac{y_0 - 5}{x_0 - 3} = 7$$ 5

$$7x_0 - y_0 = 16$$

$$2x_0 - y_0 = -4$$ 5

$$x_0 = 4$$

$$y_0 = 12$$

25

9. $S \equiv x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ எனும் வட்டமானது x −அச்சைத் தொடும் எனக்காட்டி, தொடும் புள்ளி Aயின் ஆள்கூற்றைக் காண்க. A எனும் புள்ளியில் $S = 0$ எனும் வட்டத்தை வெளிப்புறமாகத் தொடுவதும் $(-1,-2)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்வதுமான வட்டம் S_1இன் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

$S = 0$இன் மையம் $\equiv (3,1)$

ஆரை $= \sqrt{3^2 + 1^2 - 9} = 1$ 5

$A \equiv (3,0)$ 5

மையத்தின் y ஆள்கூறு ஆரைக்கு சமனானதால்,

$S = 0$ எனும் வட்டம் $x-$ அச்சைத் தொடும். 5

$$r = \sqrt{(3+1)^2 + (2-r)^2}$$

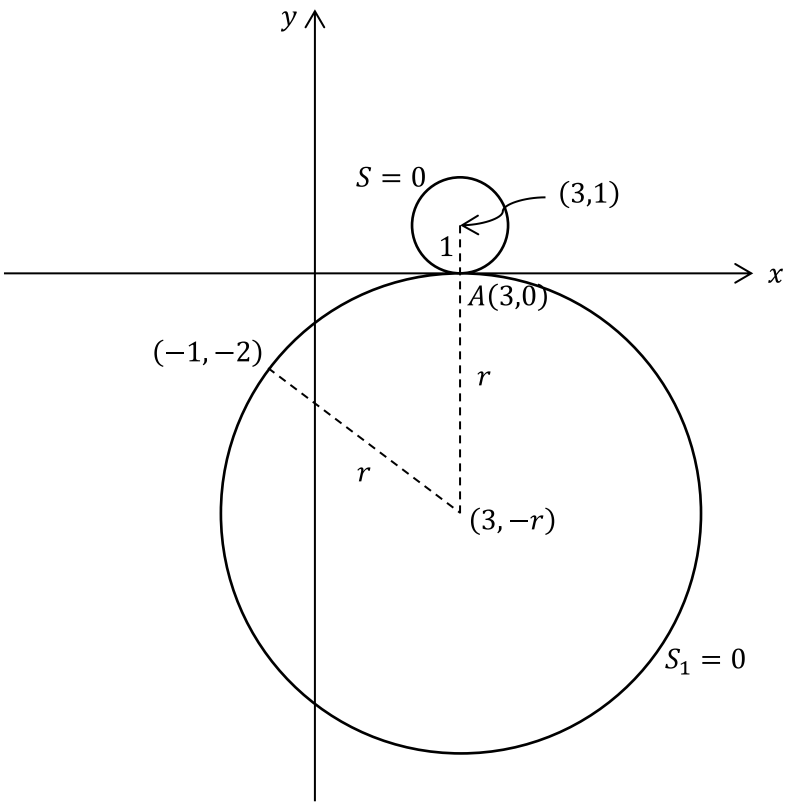
$$r^2 = (3+1)^2 + (2-r)^2$$

$$r = 5$$ 5

S_1 இன் மையம் $\equiv (3,-5)$

$$S_1 \equiv (x-3)^2 + (y+5)^2 = 5^2$$

$$S_1 \equiv x^2 + y^2 - 6x + 10y + 9 = 0$$ 5



25

10. $\frac{\pi}{2} < \theta < \pi$ இற்கு $\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} = \frac{2(\sin\theta+\cos\theta)}{\cos^2\theta\,\sin^2\theta}$ இனைத் தீர்க்க.

$$\frac{\sin\theta}{\cos^2\theta} + \frac{\cos\theta}{\sin^2\theta} = \frac{2(\sin\theta+\cos\theta)}{\cos^2\theta\,\sin^2\theta}$$

$$\sin^3\theta + \cos^3\theta = 2(\sin\theta+\cos\theta) \quad 5$$

$$(\sin\theta+\cos\theta)(\sin^2\theta+\cos^2\theta-\sin\theta\cos\theta-2) = 0 \quad 5$$

$\sin\theta+\cos\theta = 0$ $\quad OR \quad$ $-1-\sin\theta\cos\theta = 0$

$\sin\theta = -\cos\theta$ 5 $\qquad$ $\sin 2\theta = -2$ 5

$\tan\theta = -1$ $\qquad$ தீர்வு இல்லை.

$$\theta = \frac{3\pi}{4} \quad 5$$

25

11. (a) $a \neq 0$ இற்கு, $f(x) = ax^2 + 4x + 2\lambda, g(x) = x^2 + ax + \lambda$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $a, \lambda \in \mathbb{R}$. அத்துடன் $\lambda \neq 0$. $f(x) = 0, g(x) = 0$ ஆகியன ஒரு பொதுமூலம் α ஐக் கொண்டுள்ளன எனத் தரப்பட்டுள்ளது. λ இனை aயின் சார்பில் கண்டு $\alpha = 2$ எனக் காட்டுக. இங்கு $a \neq \pm 2$. மேலும் $f(x) = 0, g(x) = 0$ ஆகிய இருபடிச்சமன்பாடுகள் மெய்மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும் எனக் காட்டுக.

$-1 < a < 0$ எனக் கொள்வோம். $f(x) = 0, g(x) = 0$ இன் மற்றைய மூலங்கள் முறையே β, γ எனத்தரப்படின் β, γ இனை aயின் சார்பில் காண்க.

$\frac{\beta}{|\alpha-\beta|}, \frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச் சமன்பாடு

$2(a+1)(a+4)x^2 + (a^2-4)x - (a+2)^2 = 0$ எனக் காட்டுக.

$f(x) = ax^2 + 4x + 2\lambda$
$g(x) = x^2 + ax + \lambda$

$f(x) = 0, g(x) = 0$ ஆகியன ஒரு பொது மூலம் α இனைக் கொண்டிருப்பதால்,

$a\alpha^2 + 4\alpha + 2\lambda = 0$.........(1) 5

$\alpha^2 + a\alpha + \lambda = 0$..............(2) 5

$(1) - (2) \cdot a \Rightarrow \alpha(4 - a^2) + \lambda(2 - a) = 0$

$$\alpha = \frac{-\lambda}{2+a} : a \neq \pm 2 \quad 5$$

$(1) \times a - (2) \times 4 \Longrightarrow \alpha^2(a^2 - 4) + 2\lambda(a - 2) = 0$

$$\alpha^2 = \frac{-2\lambda}{a+2} : a \neq \pm 2 \quad 5$$

$$\left(\frac{-\lambda}{2+a}\right)^2 = \frac{-2\lambda}{a+2}$$

$$\lambda = -2(a+2)$$

$$\alpha = 2 \quad 5$$

$f(x) = ax^2 + 4x - 4(a+2)$

$\Delta_1 = 4^2 - 4a(-4)(a+2)$

$= 16(1 + a^2 + 2a)$

$= 16(a+1)^2$ 5

$\Delta_1 \geq 0, \forall\, a \in \mathbb{R} - \{-2,0,2\}$ 5

$\therefore f(x) = 0$ மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும்.

$g(x) = x^2 + ax - 2(a+2)$

$\Delta_2 = a^2 - 4 \times 1 \times (-2)(a+2)$

$= a^2 + 8a + 16$

$= (a+4)^2$ 5

$\Delta_2 \geq 0, \forall\, a \in \mathbb{R} - \{-2,0,2\}$ 5

$\therefore g(x) = 0$ மெய் மூலங்களைக் கொண்டிருக்கும்.

$ax^2 + 4x - 4(a+2) = 0$

$\alpha + \beta = \dfrac{-4}{a}$ 5

$\beta = \dfrac{-4}{a} - 2$

$x^2 + ax - 2(a+2) = 0$

$\alpha + \gamma = -a$ 5

$\gamma = -a - 2 = -(a+2)$

$|\alpha - \beta| = \left|2 + \dfrac{4}{a} + 2\right|$

$= \dfrac{4}{|a|}|a+1|$

$= \dfrac{-4}{a}(a+1)\ \ (\because -1 < a < 0)$ 5

$|\alpha - \gamma| = |2 + a + 2|$

$= 4 + a\ \ (\because -1 < a < 0)$ 5

$$\frac{\beta}{|\alpha-\beta|} + \frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|} = \frac{\frac{-4}{a} - 2}{\frac{-4}{a}(a+1)} - \frac{a+2}{4+a}$$ 5

$$= \frac{2+a}{2(a+1)} - \frac{a+2}{4+a}$$

$$= \frac{(2+a)(4+a) - 2(a+1)(a+2)}{2(a+1)(4+a)}$$

$$= \frac{-a^2+4}{2(a+1)(4+a)}$$ 5

$$\frac{\beta}{|\alpha-\beta|}\cdot\frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|}=\frac{2+a}{2(a+1)}\cdot(-1)\frac{a+2}{4+a}$$

$$=-\frac{(a+2)^2}{2(a+1)(4+a)} \quad 5$$

$\frac{\beta}{|\alpha-\beta|},\frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|}$ ஆகியவற்றை மூலங்களாகக் கொண்ட இருபடிச்சமன்பாடு

$$\left(x-\frac{\beta}{|\alpha-\beta|}\right)\left(x-\frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|}\right)=0 \quad 5$$

$$x^2-\left(\frac{\beta}{|\alpha-\beta|}+\frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|}\right)x+\frac{\beta}{|\alpha-\beta|}\cdot\frac{\gamma}{|\alpha-\gamma|}=0$$

$$x^2-\frac{(4-a^2)}{2(a+1)(4+a)}x-\frac{(a+2)^2}{2(a+1)(4+a)}=0$$

$$2(a+1)(4+a)x^2+(a^2-4)x-(a+2)^2=0 \quad 5$$

$\boxed{90}$

(b) $p(x)=x^4+ax^2+bx-9$ எனக் கொள்வோம். இங்கு $a,b\in\mathbb{R}$. $p(x)$ இனை $(x-2)$ இனால் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதி 3 எனவும் $p'(x)$ இனை $(2x-1)$ இனால் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதி, $p'(x)$ இனை $(2x+1)$ இனால் வகுக்கப் பெறப்படும் மீதியை விட 5 இனால் கூடியது எனவும் தரப்படின் a,b இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. a,b இன் இப்பெறுமானங்களிற்கு $Q(x)=4p(x)-xp'(x)+34$ எனக் கொள்வோம்.

$p'(x)$ இனை $Q(x)$ இனால் வகுக்கும் போது பெறப்படும் மீதி $3(29x+1)$ எனக் காட்டுக. இங்கு $p'(x)$ என்பது $p(x)$ இன் x குறித்த பெறுதியாகும்.

$$p(x)=x^4+ax^2+bx-9$$

$$p(2)=3 \quad 5$$

$$2^4+2a+2b-9=3$$

$$4a+2b=-4$$

$$2a+b=-2 \quad 5$$

$$p'(x)=4x^3+2ax+b \quad 5$$

$$p'\left(\frac{1}{2}\right)=p'\left(-\frac{1}{2}\right)+5 \quad 5$$

$$\frac{1}{2}+a+b=-\frac{1}{2}-a+b+5$$

$$a=2 \quad 5$$

$$b=-6 \quad 5$$

$p(x) = x^4 + 2x^2 - 6x - 9$

$p'(x) = 4x^3 + 4x - 6$

$Q(x) = 4p(x) - xp'(x) + 34$

$= 4x^4 + 8x^2 - 24x - 36 - x(4x^3 + 4x - 6) + 34$

$= 4x^2 - 18x - 2$ 5

$4x^3 + 4x - 6 = (4x^2 - 18x - 2)(x + k) + \lambda x + \mu$ 5

$x^2 :\ 0 = 4k - 18$

$k = \frac{9}{2}$ 5

$x :\ 4 = -18k - 2 + \lambda$

$\lambda = 87$ 5

$x^0 : -6 = -2k + \mu$

$\mu = 3$ 5

மீதி $= 87x + 3$

$= 3(29x + 1)$ 5

$\boxed{60}$

12. (a) க.பொ.த. உயர்தர மாணவர்களுக்கான முன்னோடிப் பரீட்சையை நடாத்தும் பொறியியற்பீட தமிழ் மாணவர்கள் 14 பேரில் மின்பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்த 6 மாணவர்களும் கணினி பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்த 5 மாணவர்களும் கட்டிடப் பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்த 3 மாணவர்களும் உள்ளனர். இவர்களிலிருந்து 10 பேர் கொண்ட குழு தெரிவுசெய்யப்பட வேண்டியுள்ளது. ஒவ்வொரு குழுவிலும் குறைந்தது 4 கணினிப் பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்தவர்களும், 3 மின்பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்தவர்களும், 1 கட்டிடப் பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்தவரும் இருத்தல் வேண்டும்.

i. மின்பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்த ஒரு மாணவனும் கட்டிடப் பொறியியல் பிரிவைச் சேர்ந்த ஒரு மாணவனும் முன்னோடிப் பரீட்சைச் செயற்பாடுகளிலிருந்து விலகியிருந்தனர் எனின் தெரியப்படக்கூடிய வேறுபட்ட குழுக்களின் எண்ணிக்கையைக் காண்க.

ii. எல்லா மாணவர்களும் முன்னோடிப் பரீட்சைச் செயற்பாடுகளில் பங்குபற்றியிருக்கின்றனர் எனின் எத்தனை வேறுபட்ட குழுக்கள் தெரியப்படலாம்.

மின் பொறியியல்	கணினி பொறியியல்	கட்டிடப் பொறியியல்	வெவ்வேறான குழுக்கள்	
5	4	1	${}^5C_5 \times {}^5C_4 \times {}^2C_1 = 10$	5
4	5	1	${}^5C_4 \times {}^5C_5 \times {}^2C_1 = 10$	5
4	4	2	${}^5C_4 \times {}^5C_4 \times {}^2C_2 = 25$	5
3	5	2	${}^5C_3 \times {}^5C_5 \times {}^2C_2 = 10$	5

விடை $= 10 + 10 + 25 + 10 = 55$ 5

$\boxed{25}$

மின் பொறியியல்	கணினி பொறியியல்	கட்டிடப் பொறியியல்	வெவ்வேறான குழுக்கள்	
5	4	1	${}^6C_5 \times {}^5C_4 \times {}^3C_1 = 90$	5
4	5	1	${}^6C_4 \times {}^5C_5 \times {}^3C_1 = 45$	5
4	4	2	${}^6C_4 \times {}^5C_4 \times {}^3C_2 = 225$	5
3	5	2	${}^6C_3 \times {}^5C_5 \times {}^3C_2 = 60$	5
3	4	3	${}^6C_3 \times {}^5C_4 \times {}^3C_3 = 100$	5

விடை $= 90 + 45 + 225 + 60 + 100 = 520$ 5

$\boxed{30}$

(b) $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = \frac{6r^2+37r+15}{(r+1)(r+3)(r+5)}$ எனவும் $f(r) = \frac{Ar+B}{(r+1)(r+3)}$ எனவும் கொள்வோம். $r \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $U_r = 4f(r) - f(r+2)$ ஆக இருக்குமாறு மெய்ம்மாறிலிகள் A, B இன் பெறுமானங்களைத் துணிக. **இதிலிருந்து,** $n \in \mathbb{Z}^+$ இற்கு $\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{13}{48} - \frac{2n+3}{2^{n+1}(n+2)(n+4)} - \frac{2n+5}{2^{n+2}(n+3)(n+5)}$ எனக் காட்டுக. இங்கு $V_r = \frac{6r^2+37r+15}{2^{r+2}(r+1)(r+3)(r+5)}$ ஆகும்.

மேலும், முடிவில் தொடர் $\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ஒருங்குகின்றதெனக் காட்டி, அதன் கூட்டுத்தொகையைக் காண்க. $\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{r=1}^{n} V_r + k\sum_{r=2}^{n} V_r\right) = 1$ ஆக இருக்குமாறு மெய்ம்மாறிலி k இன் பெறுமானத்தைக் காண்க.

$$U_r = 4f(r) - f(r+2)$$

$$\frac{6r^2+37r+15}{(r+1)(r+3)(r+5)} = \frac{4(Ar+B)}{(r+1)(r+3)} - \frac{A(r+2)+B}{(r+3)(r+5)}$$

$$6r^2+37r+15 = 4(r+5)(Ar+B) - (r+1)[A(r+2)+B] \quad 5$$

$$6 = 4A - A \Rightarrow A = 2 \quad 5$$

$$37 = 20A + 4B - 2A - B - A$$

$$B = 1 \quad 5$$

$$f(r) = \frac{2r+1}{(r+1)(r+3)}$$

$$U_r = 4f(r) - f(r+2)$$

$$\frac{1}{2^{r+2}}U_r = \frac{1}{2^r}f(r) - \frac{1}{2^{r+2}}f(r+2) \quad 5$$

$$V_r = \frac{1}{2^r}f(r) - \frac{1}{2^{r+2}}f(r+2)$$

$$\left.\begin{aligned}
r = 1 &\Rightarrow V_1 = \frac{1}{2}f(1) - \frac{1}{2^3}f(3)\\
r = 2 &\Rightarrow V_2 = \frac{1}{2^2}f(2) - \frac{1}{2^4}f(4)\\
r = 3 &\Rightarrow V_3 = \frac{1}{2^3}f(3) - \frac{1}{2^5}f(5)\\
r = 4 &\Rightarrow V_4 = \frac{1}{2^4}f(4) - \frac{1}{2^6}f(6)
\end{aligned}\right\} \quad 10$$

$$\vdots \qquad \vdots$$

$$\left.\begin{aligned}
r = n-2 &\Rightarrow V_{n-2} = \frac{1}{2^{n-2}}f(n-2) - \frac{1}{2^n}f(n)\\
r = n-1 &\Rightarrow V_{n-1} = \frac{1}{2^{n-1}}f(n-1) - \frac{1}{2^{n+1}}f(n+1)\\
r = n &\Rightarrow V_n = \frac{1}{2^n}f(n) - \frac{1}{2^{n+2}}f(n+2)
\end{aligned}\right\} \quad 10$$

$$\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{1}{2}f(1) + \frac{1}{2^2}f(2) - \frac{1}{2^{n+1}}f(n+1) - \frac{1}{2^{n+2}}f(n+2) \quad 10$$

$$\sum_{r=1}^{n} V_r = \frac{1}{2}f(1) + \frac{1}{2^2}f(2) - \frac{1}{2^{n+1}}f(n+1) - \frac{1}{2^{n+2}}f(n+2)$$

$$= \frac{1}{2}\cdot\frac{3}{8} + \frac{1}{4}\cdot\frac{5}{3\cdot 5} - \frac{1}{2^{n+1}}\frac{(2n+3)}{(n+2)(n+4)} - \frac{1}{2^{n+2}}\frac{(2n+5)}{(n+3)(n+5)} \quad 10$$

$$= \frac{13}{48} - \frac{(2n+3)}{2^{n+1}(n+2)(n+4)} - \frac{(2n+5)}{2^{n+2}(n+3)(n+5)} \quad 5$$

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} V_r = \lim_{n\to\infty}\left\{\frac{13}{48} - \frac{(2n+3)}{2^{n+1}(n+2)(n+4)} - \frac{(2n+5)}{2^{n+2}(n+3)(n+5)}\right\} \quad 5$$

$$= \frac{13}{48} \quad 5$$

$\sum_{r=1}^{\infty} V_r$ ஒருங்கும் தொடர் அத்துடன் கூட்டுத்தொகை $= \frac{13}{48}$ 5

$$\lim_{n\to\infty}\sum_{r=1}^{n} V_r + k\lim_{n\to\infty}\sum_{r=2}^{n} V_r = 1$$

$$\frac{13}{48} + k\lim_{n\to\infty}\left(\sum_{r=1}^{n} V_r - V_1\right) = 1 \quad 10$$

$$\frac{13}{48} + k\frac{13}{48} - k\cdot\frac{58}{2^3\cdot 2\cdot 4\cdot 6} = 1$$

$$k = \frac{140}{23} \quad 5$$

$\boxed{95}$

13. (a) $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & a & 1 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, P = \begin{pmatrix} 0 & -a \\ 4 & b \end{pmatrix}$ ஆகியன $P = AB$ ஆக இருக்கத்தக்கதாகத் தாயங்களெனக் கொள்வோம். இங்கு $a, b \in \mathbb{R}$. $a = -2, b = 5$ எனக் காட்டுக. a, b இன் இப்பெறுமானத்திற்கு P^{-1} இருக்கின்றதெனக் காட்டி P^{-1} ஐ எழுதுக.

$P^3 = 33P + 40I$ எனத் தரப்படின், P^2 இனைக் காண்க, P^2 இனை P, I ஆகியவற்றின் சார்பில் எடுத்துரைக்க. இங்கு I ஆனது வரிசை 2 ஆகவுள்ள சர்வசமன்பாட்டுத் தாயமாகும்.

மேலுள்ள முடிபுகளை உபயோகித்து $P^4 - P^3 - P^2 - P = 2\begin{pmatrix} 108 & 166 \\ 332 & 523 \end{pmatrix}$ எனக் காட்டுக.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & a & 1 \end{pmatrix} \qquad B = \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \qquad P = \begin{pmatrix} 0 & -a \\ 4 & b \end{pmatrix}$$

$$AB = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 2 \\ 3 & a & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 4 & 0 \\ 5 & -2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$P = AB$$

$$\begin{pmatrix} 0 & -a \\ 4 & b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 14 + 5a & -2a + 1 \end{pmatrix} \quad 5$$

$$\left.\begin{aligned} -a &= 2 \Rightarrow a = -2 \\ 4 &= 14 + 5a \Rightarrow a = -2 \\ -2a + 1 &= b \Rightarrow b = 5 \end{aligned}\right\} \quad 5$$

$$|P| = 0 - 2 \times 4 \quad 5$$

$$= -8 \neq 0$$

$\therefore P^{-1}$ உள்ளது 5

$$P^{-1} = \left(\frac{1}{-8}\right)\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix} \quad 5$$

$$P^3 = 33P + 40I$$

$$P^2 \cdot P \cdot P^{-1} = 33P \cdot P^{-1} + 40I \cdot P^{-1} \quad 5$$

$$P^2 = 33\,I + 40\,P^{-1}$$

$$= 33\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + 40\left(\frac{-1}{8}\right)\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 33 & 0 \\ 0 & 33 \end{pmatrix} - 5\begin{pmatrix} 5 & -2 \\ -4 & 0 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 20 & 33 \end{pmatrix} \quad 5$$

$$P^2 = \lambda P + \mu I$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 20 & 33 \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} + \mu \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 8 & 10 \\ 20 & 33 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mu & 2\lambda \\ 4\lambda & 5\lambda + \mu \end{pmatrix}$$

$$\left.\begin{array}{l} \mu = 8 \\ 4\lambda = 20 \Rightarrow \lambda = 5 \end{array}\right\} 5$$

$P^2 = 5P + 8I$ 5

$$P^4 - P^3 - P^2 - P = P^2 \cdot P^2 - P^3 - P^2 - P$$

$$= (5P + 8I)\,(5P + 8I) - (33P + 40I) - (5P + 8I) - P \quad 5$$

$$= 25\,P^2 + 40\,PI + 40\,PI + 64\,I^2 - 39\,P - 48\,I$$

$$= 25\,(5P + 8I) + 80\,P + 64I - 39\,P - 48\,I$$

$$= 166\,P + 216\,I \quad 5$$

$$= 2\left[83\begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} + 108\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\right]$$

$$= 2\begin{pmatrix} 108 & 166 \\ 332 & 523 \end{pmatrix} \quad 5$$

$\boxed{60}$

(*b*) $x, y \in \mathbb{R}$ ஆயிருக்க $z = x + iy$ என்பது ஓர் சிக்கலெண்ணை வகை குறிப்பின் zஇன் மட்டு $|z|$ ஐயும் z இன் உடன்புணரிச்சிக்கலெண் $\bar{z}$ ஐயும் எழுதுக.

i. $z\bar{z} = |z|^2$

ii. $z - \bar{z} = 2i\,Im(z)$

iii. $z + \bar{z} = 2\,Re(z)$ எனக் காட்டுக.

$|2z - i|^2 = 4|z|^2 - 4\,Im(z) + 1$ எனவும் $|\bar{z} + 4|^2 = |z|^2 + 8\,Re(z) + 16$ எனவும் காட்டுக.

$|2z - i| = |\bar{z} + 4|$ ஆகுமாறு zஇன் ஒழுக்கு ஓர் வட்டமெனக் காட்டி, அதன் மையத்தைக் காண்க.

$z = x + iy$ $\quad \bar{z} = x - iy$ 5 $\quad |z| = \sqrt{x^2 + y^2}$ 5

i. $z \cdot \bar{z} = (x + iy)\,(x - iy)$

$= x^2 - iy^2$

$= x^2 + y^2$ 5

$= |z|^2$

ii. $z - \bar{z} = 2iy$

$= 2i\,Im(z)$ 5

iii. $z + \bar{z} = 2x$

$= 2\,Re(z)$ 5

$|2Z - i|^2 = (2Z - i)\,(\overline{2Z - i})$

$= (2Z - i)(2\bar{Z} + i)$ 5

$= 4Z.\bar{Z} - 2\bar{Z}.i + 2Z.i - i.i$

$= 4|Z|^2 + 2i\,(Z - \bar{Z}) + 1$

$= 4|Z|^2 + 2i\,.\,2i\,Im(Z) + 1$

$= 4|Z|^2 + 4\,(-1)\,Im(Z) + 1$ 5

$= 4|Z|^2 - 4\,Im(Z) + 1$

$|\bar{Z} + 4|^2 = (\bar{Z} + 4)\,(\overline{\bar{Z} + 4})$

$= (\bar{Z} + 4)\,(Z + 4)$ 5

$= Z.\bar{Z} + 4.Z + 4.\bar{Z} + 16$

$= |Z|^2 + 4\,(Z + \bar{Z}) + 16$ 5

$= |Z|^2 + 8\,Re(Z) + 16$

$$|2z - i| = |\bar{z} + 4|$$

$$|2z - i|^2 = |\bar{z} + 4|^2$$

$$4\,|z|^2 - 4\,Im(z) + 1 = |z|^2 + 8\,Re(z) + 16$$

$$3\,|z|^2 - 8\,Re(z) - 4\,Im(z) - 15 = 0 \quad 5$$

$$3\,(x^2 + y^2) - 8x - 4y - 15 = 0 \quad 5$$

$$x^2 + y^2 - \frac{8}{3}x - \frac{4}{3}y - 5 = 0$$

இது ஒரு வட்ட சமன்பாடாகும்.

மையம் $\equiv \left(\frac{4}{3}, \frac{2}{3}\right)$ 5

60

(c) $-\frac{\pi}{2} < \theta < 0, r > 0$ ஆக $\sqrt{2}[r(\cos\theta + i\sin\theta)]^4 = \frac{(\sqrt{3}-i)^5}{1+i}$ எனக் கொள்வோம். த மோய்வரின் தேற்றத்தைப் பயன்படுத்தி, θ, r இனைக் காண்க.

$$\sqrt{2}\,r^4(\cos 4\theta + \sin 4\theta) = \frac{2^5\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + i\left(-\frac{1}{2}\right)\right)^5}{\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + i\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\right)} \quad 5$$

$$r^4(\cos 4\theta + i\sin 4\theta) = \frac{2^4\left[\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right]^5}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)} \quad 5$$

$$= \frac{2^4\left[\cos\left(-\frac{5\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{5\pi}{6}\right)\right]}{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}\right)} \quad 5$$

$$r^4(\cos 4\theta + i\sin 4\theta) = 2^4\left[\cos\left(-\frac{13\pi}{12}\right) + i\sin\left(-\frac{13\pi}{12}\right)\right] \quad 5$$

$$r^4 = 2^4$$

$$r = 2 \quad (\because r > 0)$$

$$4\theta = -\frac{13\pi}{12} \quad 5$$

$$\theta = -\frac{13\pi}{48} \left(\because -\frac{\pi}{2} < \theta < 0\right) \quad 5$$

30

---

14. (a) $x \neq -3$ இற்கு $f(x) = \frac{x^2-1}{(x+3)^2}$ எனக் கொள்வோம். $f(x)$இன் பெறுதி $f'(x)$ ஆனது $x \neq -3$ இற்கு $f'(x) = \frac{2(3x+1)}{(x+3)^3}$ இனால் தரப்படுகின்றதெனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $f(x)$ அதிகரிக்கும் ஆயிடைகளையும் $f(x)$ குறையும் ஆயிடையையும் காண்க. அத்துடன், $f(x)$ இன் திரும்பற் புள்ளியின் ஆள்கூறுகளையும் காண்க.

$x \neq -3$ இற்கு $f''(x) = \frac{12(1-x)}{(x+3)^4}$ **எனத் தரப்பட்டுள்ளது.** $y = f(x)$ இன் வரைபின் விபத்திப்புள்ளியின் ஆள்கூறுகளைக் காண்க.

அணுகுகோடுகள், திரும்பற்புள்ளி, விபத்திப்புள்ளி ஆகியவற்றைக் காட்டி, $y = f(x)$ இன் வரைபைப் பருமட்டாக வரைக. **இதிலிருந்து** $y = |f(x)|$ இன் வரைபைப் பருமட்டாக வரைக.

$f(x) = \frac{x^2-1}{(x+3)^2}$

$f'(x) = \frac{(x+3)^2(2x)-2(x^2-1)(x+3)}{(x+3)^4}$ 15

$= \frac{2[x(x+3)-(x^2-1)]}{(x+3)^3}$

$= \frac{2(3x+1)}{(x+3)^3}$ 5

$f'(x) = 0 \Rightarrow x = \left(-\frac{1}{3}\right)$ 5

நிலைக்குத்து அணுகுகோடு $x = (-3)$ 5

	$-\infty < x < -3$	$-3 < x < -\frac{1}{3}$	$-\frac{1}{3} < x < \infty$
$f'(x)$	$(+)$	$(-)$	$(+)$
$f(x)$	அதிகரிக்கும்	குறையும்	அதிகரிக்கும்

5 5 5

$x = -\frac{1}{3}$ இல் இழிவு பெறப்படும்.

$x = -\frac{1}{3} \Rightarrow f\left(-\frac{1}{3}\right) = \frac{\left(\frac{1}{9}-1\right)}{\left({}^{64}/_{9}\right)} = -\frac{1}{8}$

திரும்பற்புள்ளியின் ஆள்கூறு $\equiv \left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{8}\right)$ 5

அதிகரிக்கும் ஆயிடைகள் $(-\infty, -3), \left[-\frac{1}{3}, \infty\right)$ 5

குறைவடையும் ஆயிடைகள் $(-3, -\frac{1}{3}]$ 5

$f'(x) = \frac{2(3x+1)}{(x+3)^3}$

$f''(x) = 0 \Rightarrow x = 1$ 5

$x = 1 \Rightarrow f(1) = 0$

	$-3 < x < 1$	$1 < x < \infty$
$f''(x)$	$(+)$	$(-)$
குழிவு நிலை	மேன்முக குழிவு	கீழ்முக குழிவு

5 5

$(1,0)$ விபத்திப்புள்ளி 5

x −அச்சை வெட்டும் புள்ளி⇒

$$f(x) = 0 \Longrightarrow x = \pm 1$$

$(1,0), (-1,0)$ 5

y −அச்சை வெட்டும் புள்ளி⇒

$$x = 0 \Longrightarrow f(0) = -\frac{1}{9}$$

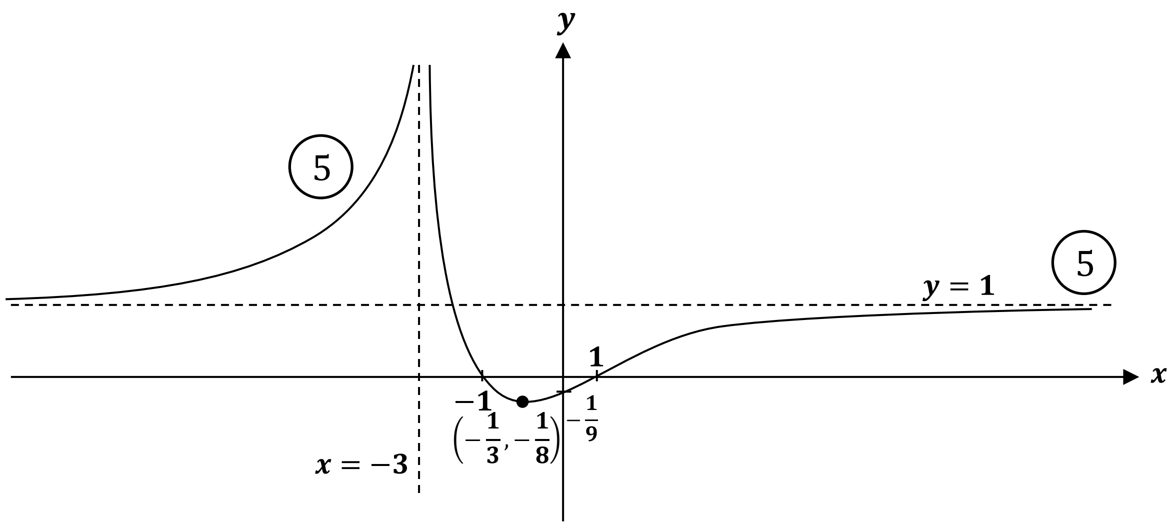
$(0, -\frac{1}{9})$ 5

கிடை அணுகுகோடு

$$f(x) = \frac{\left(1 - \frac{1}{x^2}\right)}{\left(1 + \frac{3}{x}\right)^2}$$

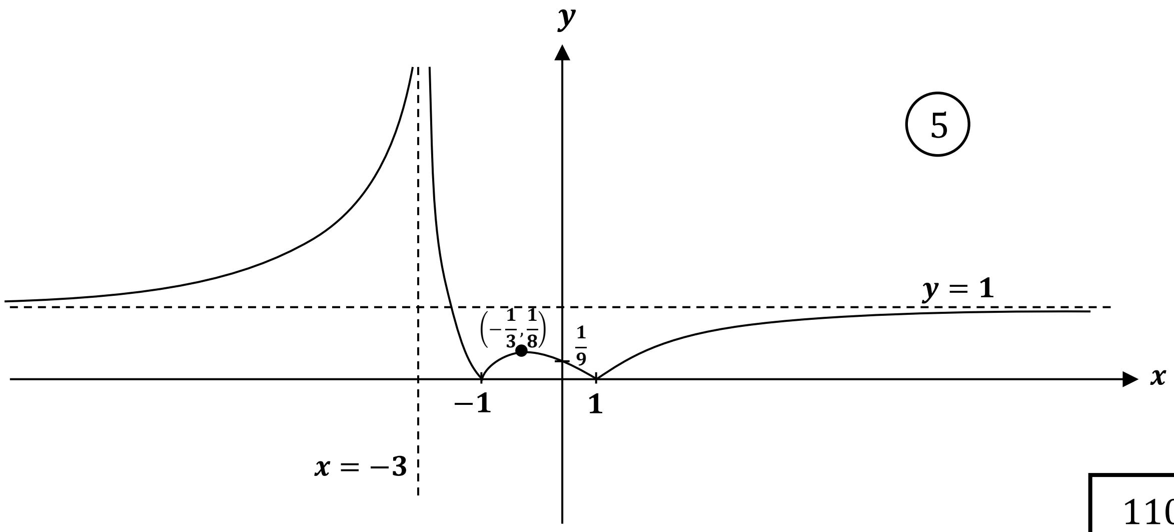
$$\lim_{x \to \pm\infty} f(x) = 1$$

$\therefore\ y = 1$ கிடை அணுகுகோடு 5



முழுப் பதிப்புரிமை உடையது

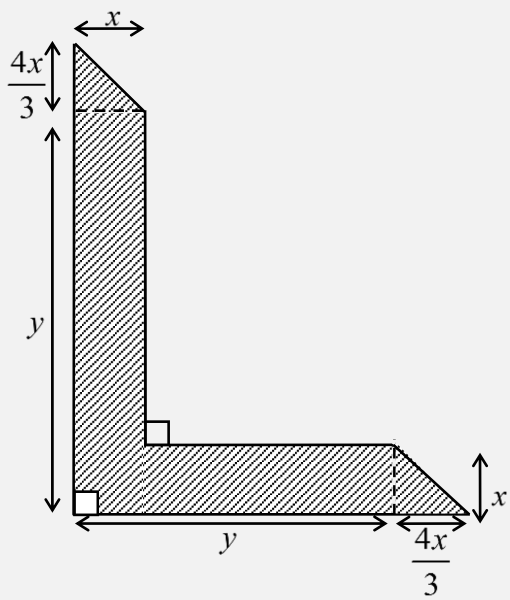
$y = |f(x)|$



5

110

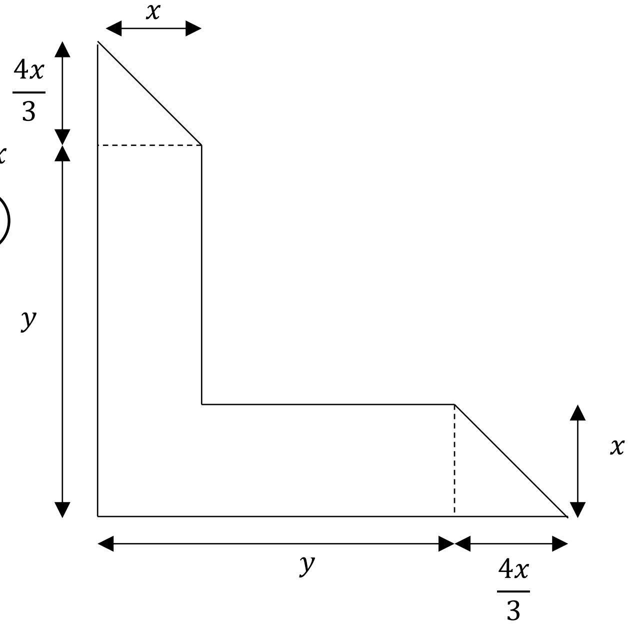
(b) அருகிலுள்ள உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள அளவீடுகளின்படி நிழற்றிய பிரதேசம் S இன் பரப்பளவு $30m^2$ எனத் தரப்படின் நிழற்றிய பிரதேசம் S இன் சுற்றளவு $L\ m$ ஆனது $L = \frac{10}{3}\left(x + \frac{18}{x}\right)$ இனால் தரப்படும் எனக் காட்டுக. நிழற்றிய பிரதேசம் S இன் சுற்றளவு இழிவாகுமாறு xஇனைக் காண்க. படத்தில் காட்டப்பட்டுள்ள அளவீடுகள் யாவும் மீற்றரில் உள்ளன.



$A = \frac{4x}{3} \times x \times \frac{1}{2} \times 2 + y \times x + (y - x) \times x$

$30 = \frac{x^2}{3} + 2xy$ 5

$y = \frac{15}{x} - \frac{x}{6}$ 5



$$L = \frac{5x}{3} + \frac{4x}{3} + y + y + \frac{4x}{3} + \frac{5x}{3} + y - x + y - x \quad 5$$

$$= 4x + 4y$$

$$= 4\left(x + \frac{15}{x} - \frac{x}{6}\right)$$

$$= 4\left(\frac{15}{x} + \frac{5x}{6}\right)$$

$$= \frac{10}{3}\left(x + \frac{18}{x}\right) \quad 5$$

$$y > 0$$

$$\frac{15}{x} - \frac{x}{6} > 0$$

$$x < 3\sqrt{10}$$

$$\frac{dL}{dx} = \frac{10}{3}\left(1 - \frac{18}{x^2}\right) \quad 5$$

$$= \frac{10}{3x^2}(x^2 - 18)$$

$$x^2 - 18 = 0$$

$$x^2 = 18$$

$$x = 3\sqrt{2}\, m \quad 5$$

$$0 < x < 3\sqrt{2} \Longrightarrow \frac{dL}{dx} < 0$$

$$3\sqrt{2} < x < 3\sqrt{10} \Longrightarrow \frac{dL}{dx} > 0 \quad 5$$

$\therefore\ x = 3\sqrt{2}\, m$ இல் L இழிவு 5

40

---

15. (a) எல்லா $t \in \mathbb{R}$ இற்கும் $2t = A(1-t)^2 + B(1+t)(1-t) + C(1+t)$ ஆகுமாறு A, B, C ஆகிய மெய்ம் மாறிலிகளின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

இதிலிருந்து அல்லது வேறுவிதமாக

$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{2t}{(1-t)^2(1+t)} dt = ln(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2} + 1$ எனக் காட்டுக.

$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{cot\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\sqrt{cos\, x}} dx$ எனக் கொள்வோம்.

$I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{sin\, x}{(1-cos\, x)(1-\sqrt{cos\, x})} dx$ எனக் காட்டி,

$\sqrt{cos\, x} = t$ எனும் பிரதியீட்டையும் மேலுள்ள முடிபினையும் பயன்படுத்தி $I = ln(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2} + 1$ எனக் காட்டுக.

$$2t = A(1-t)^2 + B(1+t)(1-t) + C(1+t)$$

$t^2 :\ 0 = A - B$

$t \ : 2 = -2A + C$

$t^0 : 0 = A + B + C$

$C = 1$ 5

$A = -\frac{1}{2}$ 5

$B = -\frac{1}{2}$ 5

$$2t = -\frac{1}{2}(1-t)^2 - \frac{1}{2}(1+t)(1-t) + (1+t)$$

$$\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{2t}{(1-t)^2(1+t)} dt = \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{-\frac{1}{2}(1-t)^2 - \frac{1}{2}(1+t)(1-t) + (1+t)}{(1-t)^2(1+t)} dt$$

$$= -\frac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{1+t} dt - \frac{1}{2}\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{1-t} dt + \int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} \frac{1}{(1-t)^2} dt \quad 5$$

$$= -\frac{1}{2}\ln|1+t|\Big|_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}} - \frac{1}{2}\frac{\ln|1-t|\Big|_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}{-1} + \frac{(1-t)^{-1}\Big|_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}}{(-1)(-1)}$$

5 5 5

$$= -\frac{1}{2}\ln\left(1+\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{2}\ln\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) + \frac{1}{1-\frac{1}{\sqrt{2}}} - 1$$

$$= \frac{1}{2}\ln\left(\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right) + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}-1} - 1 \quad 5$$

$$= \frac{1}{2}\ln(\sqrt{2}-1)^2 + \frac{1}{\sqrt{2}-1} \quad 5$$

$$= \ln(\sqrt{2}-1) + \sqrt{2} + 1$$

$$I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cot\left(\frac{x}{2}\right)}{1-\sqrt{\cos x}}dx$$

$$I=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos\left(\frac{x}{2}\right)}{\sin\left(\frac{x}{2}\right)\left(1-\sqrt{\cos x}\right)}dx$$

$$=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{2\sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\left(1-\sqrt{\cos x}\right)}dx \quad 5$$

$$=\int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{2}}\frac{\sin x}{(1-\cos x)\left(1-\sqrt{\cos x}\right)}dx \quad 5$$

$$\sqrt{\cos x}=t$$

$$x\longrightarrow\frac{\pi}{2}\Longrightarrow t\longrightarrow 0$$

$$x\longrightarrow\frac{\pi}{3}\Longrightarrow t\longrightarrow\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{2\sqrt{\cos x}}(-\sin x)dx=dt \quad 5$$

$$\sin x\ dx=-2t\ dt$$

$$I=\int_{\frac{1}{\sqrt{2}}}^{0}\frac{-2t}{(1-t^2)(1-t)}dt$$

$$I=\int_{0}^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{2t}{(1+t)(1-t)^2}dt$$

$$I=\ln\left(\sqrt{2}-1\right)+\sqrt{2}+1 \quad 5$$

$\boxed{65}$

(b) பகுதிகளாகத் தொகையிடலைப் பயன்படுத்தி $\int\frac{ln(x+2)}{(x+4)^2}dx$ இனைக் காண்க.

$$\int\frac{\ln(x+2)}{(x+4)^2}dx=\int(x+4)^{-2}\ln(x+2)\,dx$$

$$=\ln(x+2)\frac{(x+4)^{-1}}{-1}-\int\frac{(x+4)^{-1}}{-1}\frac{1}{x+2}dx \quad 5+5$$

$$=\frac{-1}{(x+4)}\ln(x+2)+\int\frac{1}{(x+2)(x+4)}dx$$

$$=\frac{-1}{(x+4)}\ln(x+2)+\int\left(\frac{\frac{1}{2}}{x+2}+\frac{-\frac{1}{2}}{x+4}\right)dx \quad 5$$

$$=\frac{-1}{(x+4)}\ln(x+2)+\frac{1}{2}\ln|x+2|-\frac{1}{2}\ln|x+4|+c \quad 5$$

$$=\frac{-1}{(x+4)}\ln(x+2)+\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x+2}{x+4}\right|+c$$

$c-$ எதேச்சை மாறிலி 5

$\boxed{25}$

(c) i. $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+sin\,x}\,dx = 2$ எனக் காட்டுக.

ii. $J = \int_0^{\pi} \frac{x\,sin^3 x}{1+sin\,x}\,dx$ எனக் கொள்வோம்.

a ஒரு மாறிலியாக இருக்கும் சூத்திரம் $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ஐப் பயன்படுத்தி, $J = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} \frac{sin^3 x}{1+sin\,x}dx$ எனக்காட்டி பகுதி (c) இல் (i) இல் பெற்ற முடிபினையும் பயன்படுத்தி $J = \frac{\pi}{4}(3\pi - 8)$ எனக் காட்டுக.

$$\int_0^{\pi} \frac{1}{1+\sin x}\,dx = \int_0^{\pi} \frac{1-\sin x}{1-\sin^2 x}\,dx \quad 5$$

$$= \int_0^{\pi} \frac{1-\sin x}{\cos^2 x}\,dx$$

$$= \int_0^{\pi} (\sec^2 x - \sec x \tan x)\,dx \quad 5$$

$$= \tan x|_0^{\pi} - \sec x|_0^{\pi} \quad 5$$

$$= -(-1-1) \quad 5$$

$$= 2$$

$\boxed{20}$

$$J = \int_0^{\pi} \frac{x\,\sin^3 x}{1+\sin x}\,dx \quad \ldots\ldots\ldots..(1)$$

$$J = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin^3(\pi - x)}{1+\sin(\pi - x)}\,dx \quad 5$$

$$J = \int_0^{\pi} \frac{(\pi - x)\sin^3 x}{1+\sin x}\,dx \ldots\ldots\ldots..(2) \quad 5$$

$$(1),(2) \Longrightarrow 2J = \int_0^{\pi} \frac{\pi\sin^3 x}{1+\sin x}\,dx \quad 5$$

$$J = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} \frac{\sin^3 x}{1+\sin x}\,dx$$

$$J = \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} \frac{1+\sin^3 x - 1}{1+\sin x}\,dx$$

$$= \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} \frac{1+\sin^3 x}{1+\sin x}\,dx - \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi} \frac{1}{1+\sin x}\,dx \quad 5$$

$$= \frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}(1 - \sin x + \sin^2 x)\,dx - \frac{\pi}{2}\times 2 \quad 5$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[x|_0^{\pi} + \cos x|_0^{\pi} + \int_0^{\pi}\left(\frac{1-\cos 2x}{2}\right)dx\right] - \pi \quad 5$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\pi - 1 - 1 + \frac{1}{2}\left(x - \frac{\sin 2x}{2}\right)\Big|_0^{\pi}\right] - \pi \quad 5$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\pi - 2 + \frac{\pi}{2}\right] - \pi \quad 5$$

$$= \frac{\pi}{2}\left[\frac{3\pi}{2} - 2\right] - \pi$$

$$= \frac{\pi}{4}(3\pi - 8) \qquad \boxed{40}$$

---

16. $S \equiv 2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y + 1 = 0$ எனும் வட்டத்திற்கு $A \equiv (3,1)$ எனும் வெளிப்புள்ளியிலிருந்து வரையப்படும் தொடலிகள் l_1, l_2 ஆகியவற்றின் சமன்பாடுகளைக் காண்க. மேலும் அவற்றிற்கிடைப்பட்ட கூர்ங்கோணத்தைக் காண்க.

வட்டம் $S = 0$ இன் மையம் O எனவும் $l_1 = 0, l_2 = 0$ ஆகிய நேர்கோடுகள் வட்டம் $S = 0$ இனைத் தொடும்புள்ளிகள் B, C எனவும் தரப்படின் $ABOC$ ஓர் வட்ட நாற்பக்கல் எனக்காட்டி A, B, O, C ஆகிய புள்ளிகளினூடு செல்லும் வட்டம் S_1 இன் சமன்பாட்டினைக் காண்க.

தொடுகை நாண் BCயின் சமன்பாட்டினைக் கண்டு, $S = 0, S_1 = 0$ ஆகிய வட்டங்களை நிமிர்கோண முறையாக இடைவெட்டும் வட்டம் S_2 இன் மையம் நேர்கோடு BC மீது இருக்கும் எனக் காட்டுக.

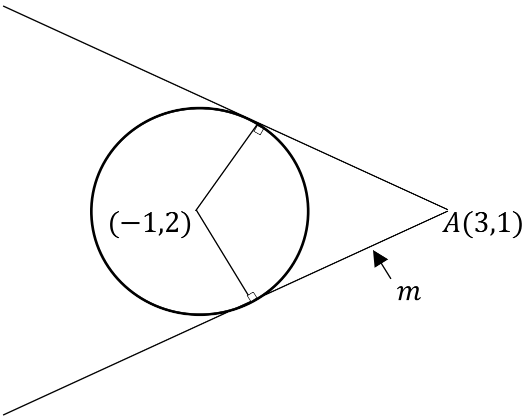
$S_2 = 0$ ஆனது $\left(-1, \frac{1}{2}\right)$ எனும் புள்ளியினூடு செல்லும் எனின் S_2 இன் சமன்பாடு $8x^2 + 8y^2 + 7x + 4y - 5 = 0$ எனக் காட்டுக.

$$S = 2x^2 + 2y^2 + 4x - 8y + 1 = 0$$

$$x^2 + y^2 + 2x - 4y + {}^{1}\!/_{2} = 0$$

மையம் $\equiv (-1, 2)$ 5

ஆரை $= \sqrt{1^2 + 2^2 - {}^{1}\!/_{2}} = \dfrac{3}{\sqrt{2}}$ 5



$$y - 1 = m(x - 3)$$

$$mx - y - 3m + 1 = 0$$ 10

$$\frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{|-m - 2 - 3m + 1|}{\sqrt{m^2 + 1}}$$

$$\frac{9}{2} = \frac{(4m + 1)^2}{m^2 + 1}$$ 10

$$9m^2 + 9 = 32m^2 + 16m + 2$$

$$23m^2 + 16m - 7 = 0$$

$$(23m - 7)(m + 1) = 0$$

$m = \frac{7}{23}$ or $m = -1$ 5 + 5

$$m = \frac{7}{23} \implies \frac{7}{23}x - y + \frac{2}{23} = 0$$ 5

$$7x - 23y + 2 = 0$$

$$m = -1 \implies -x - y + 3 + 1 = 0$$

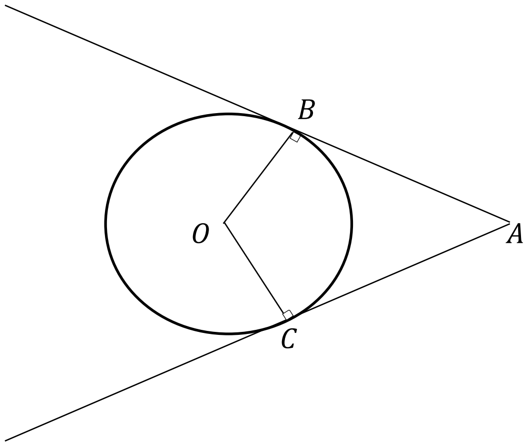
$$x + y - 4 = 0$$ 5

$$\tan\theta = \left|\frac{\frac{7}{23}+1}{1-\frac{7}{23}}\right| \quad 5$$

$$= \left|\frac{\frac{7}{23}+1}{1-\frac{7}{23}}\right|$$

$$= \frac{15}{8}$$

$$\theta = \tan^{-1}\left(\frac{15}{8}\right) \quad 5$$



$O\hat{B}A = 90°$

$O\hat{C}A = 90°$

$O\hat{B}A + O\hat{C}A = 180°$

$\therefore$ $OABC$ ஓர் வட்ட நாற்பக்கல் 5

$\boxed{65}$

A, O, B, C ஆகிய புள்ளிகளினூடு செல்லும் வட்டம் (OA விட்டம்)

$$(x+1)(x-3) + (y-2)(y-1) = 0 \quad 10$$

$$S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 3y - 1 = 0 \quad 5$$

தொடுகை நாண் BC யின் சமன்பாடு

$$3x + y \times 1 + 1(x+3) - 2\,(y+1) + \frac{1}{2} = 0 \quad 10$$

$$4x - y + \frac{3}{2} = 0$$

$$8x - 2y + 3 = 0 \quad 5$$

$S_2 \equiv x^2 + y^2 + 2gx + 2fy + c = 0$............(3) 5

$$S \equiv x^2 + y^2 + 2x - 4y + \frac{1}{2} = 0$$

$$S_1 \equiv x^2 + y^2 - 2x - 3y - 1 = 0$$

$\underline{S_2, S}$

$$2g(1) + 2f(-2) = c + \frac{1}{2} \quad 5$$

$$2g - 4f = c + \tfrac{1}{2} \text{..........} (1)$$

$\underline{S_1, S}$

$$2g(-1) + 2f\left(-\frac{3}{2}\right) = c - 1$$

$$2g + 3f = -c + 1 \text{........} (2) \quad 5$$

$$(1) - (2) \Rightarrow 4g - f = \frac{3}{2}$$

$$8g - 2f - 3 = 0$$

ஆனால் S_2 இன் மையம் $\equiv (-g, -f) \equiv (x_0, y_0)$ என்க.

$$g = -x_0, f = -y_0$$

S_2 இன் மையத்தின் ஒழுக்கு

$$-g \equiv x, -f \equiv y \quad 5$$

$$8x - 2y + 3 = 0 \quad 5$$

ஆனால் S_2 இன் மையம் நேர்கோடு BC மீது உள்ளது. 5

$$(3) \Rightarrow \left(-1, \frac{1}{2}\right)$$

$$1 + \frac{1}{4} - 2g + f + c = 0 \quad 5$$

$$-2g + f + c = -\tfrac{5}{4} \text{............} (4)$$

$$(4), (3) \Rightarrow -4g - 2f = -\tfrac{9}{4} \text{.........} (5)$$

$$(5), (6) \Rightarrow -3f = -\frac{3}{4}$$

$$f = \frac{1}{4} \quad 5$$

$$g = \frac{7}{16} \quad 5$$

$$c = -\frac{5}{8} \quad 5$$

$$x^2 + y^2 + \frac{7}{8}x + \frac{1}{2}y - \frac{5}{8} = 0 \quad 5$$

S_2 இன் சமன்பாடு

$$8x^2 + 8y^2 + 7x + 4y - 5 = 0$$

$\boxed{85}$

17. (a) $sin(A+B)$ ஐ $sin A, cos A, sin B, cos B$ ஆகியவற்றில் எழுதி $sin 2\theta$ ஐ $sin\theta, cos\theta$ ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

$sin 2\theta$ இல் θக்கு உகந்த பிரதியீட்டை வழங்கி $cos 2\theta$ ஐ $cos\theta, sin\theta$ ஆகியவற்றின் சார்பில் காண்க.

இதிலிருந்து, $sin 2\theta, cos 2\theta$ ஐ $tan\theta$ சார்பில் காண்க.

$\sqrt{3} cos x + sin x = 2$ எனும் சமன்பாட்டில் x இற்கான ஒரு தீர்வு $\frac{\pi}{6}$ எனக் காட்டுக.

மேலுள்ள முடிபுகளை உபயோகித்து $tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$ எனக் காட்டுக.

$$\sin(A+B) = \sin A\cos B + \cos A\sin B \quad 5$$

$$A = \theta, B = \theta \Longrightarrow$$

$$\sin(\theta+\theta) = \sin\theta\cos\theta + \cos\theta\sin\theta \quad 5$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$\theta = \left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \Longrightarrow$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - 2\theta\right) = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)\cos\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right) \quad 5$$

$$\cos 2\theta = 2\sin\left(\frac{\pi}{4} - \theta\right)\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$$

$$\cos 2\theta = 2\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\theta - \cos\frac{\pi}{4}\sin\theta\right)\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\theta + \cos\frac{\pi}{4}\sin\theta\right)$$

$$= 2\left(\frac{1}{2}\cos^2\theta - \frac{1}{2}\sin^2\theta\right)$$

$$= \cos^2\theta - \sin^2\theta \quad 5$$

$$\sin 2\theta = 2\sin\theta\cos\theta$$

$$= \frac{2\sin\theta\cos\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= \frac{2\tan\theta}{1+\tan^2\theta} \quad 5$$

$$\cos 2\theta = \frac{\cos^2\theta - \sin^2\theta}{\cos^2\theta + \sin^2\theta}$$

$$= \frac{1-\tan^2\theta}{1+\tan^2\theta} \quad 5$$

$$\sqrt{3}\cos x + \sin x = 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\cos x + \frac{1}{2}\sin x = 1$$

$$\cos x \cos\frac{\pi}{6} + \sin x \sin\frac{\pi}{6} = \cos 0 \quad 5$$

$$\cos\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = \cos 0$$

$$\left(x - \frac{\pi}{6}\right) = 2n\pi \quad ; \quad n \epsilon \mathbb{Z} \quad 5$$

$$x = 2n\pi + \frac{\pi}{6} \; ; \; n \epsilon \mathbb{Z}$$

$$n = 0 \Longrightarrow x = \frac{\pi}{6} \quad 5$$

$\therefore x = \frac{\pi}{6}$என்பது ஒரு தீர்வு.

$$\frac{\sqrt{3}\left(1 - \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} + \frac{2\tan\left(\frac{x}{2}\right)}{1 + \tan^2\left(\frac{x}{2}\right)} = 2 \quad 5$$

$$\sqrt{3} - \sqrt{3}\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) + 2\tan\left(\frac{x}{2}\right) = 2 + 2\tan^2\left(\frac{x}{2}\right)$$

$$\left(2 + \sqrt{3}\right)\tan^2\left(\frac{x}{2}\right) - 2\tan\left(\frac{x}{2}\right) + 2 - \sqrt{3} = 0 \quad 5$$

இச் சமன்பாட்டின் தீர்வு $= \tan\left(\frac{\pi/6}{2}\right)$

$$= \tan\frac{\pi}{12} \quad 5$$

$$\tan\frac{\pi}{12} \Longrightarrow$$

$$\left(2 + \sqrt{3}\right)\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - 2\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) + 2 - \sqrt{3} = 0$$

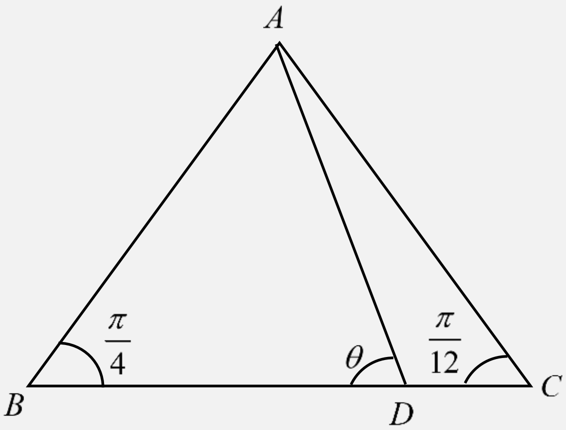
$$\tan^2\left(\frac{\pi}{12}\right) - 2\left(2 - \sqrt{3}\right)\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) + \left(2 - \sqrt{3}\right)^2 = 0$$

$$\left(\tan\left(\frac{\pi}{12}\right) - \left(2 - \sqrt{3}\right)\right)^2 = 0 \quad 5$$

$$\tan\frac{\pi}{12} = 2 - \sqrt{3}$$

65

(b) வழக்கமான குறியீடுகளுடன் ΔABC இற்கு சைன் விதியைக் கூறுக.



உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள முக்கோணி ABCயில் $A\hat{B}C = \frac{\pi}{4}$, $A\hat{D}B = \theta, A\hat{C}B = \frac{\pi}{12}$ எனவும் BC மீது புள்ளி D ஆனது $BD:DC = 2:1$ ஆகவும் இருக்கத்தக்கதாக உள்ளது. பொருத்தமான முக்கோணிகளுக்குச் சைன் நெறியைப் பயன்படுத்தி

$$\sqrt{2}\,sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right) = sin\frac{\pi}{12}sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$$

எனக் காட்டுக.

இதிலிருந்து, $tan\,\theta = \dfrac{3\,tan\frac{\pi}{12}}{2 - tan\frac{\pi}{12}}$ எனக் காட்டுக.

பகுதி (a) இல் உள்ள முடிபினைப் பயன்படுத்தி $tan\,\theta = \sqrt{3}(2-\sqrt{3})$ எனக் காட்டுக.

சைன் விதி 10

ΔABD இல்,

$$\frac{AD}{\sin\frac{\pi}{4}} = \frac{BD}{\sin\left(\pi - \left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)\right)} \quad 10$$

$$\frac{AD}{\sin\frac{\pi}{4}} = \frac{2\,DC}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)}$$

ΔADC இல்,

$$\frac{AD}{\sin\frac{\pi}{12}} = \frac{DC}{\sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right)} \quad 10$$

$$\frac{\sin\frac{\pi}{12}}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \frac{2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right)}{\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)} \quad 5$$

$$\sqrt{2}\,\sin\frac{\pi}{12}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right) = 2\sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right)$$

$$\sqrt{2}\sin\left(\theta - \frac{\pi}{12}\right) = \sin\frac{\pi}{12}\cdot\sin\left(\frac{\pi}{4} + \theta\right)$$

$$\sqrt{2}\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{12} - \cos\theta\sin\frac{\pi}{12}\right) = \sin\frac{\pi}{12}\left(\sin\frac{\pi}{4}\cos\theta + \cos\frac{\pi}{4}\sin\theta\right) \quad 5$$

$$\sqrt{2}\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{12}-\cos\theta\sin\frac{\pi}{12}\right)=\sin\frac{\pi}{12}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\cos\theta+\frac{1}{\sqrt{2}}\sin\theta\right)$$

$$2\left(\sin\theta\cos\frac{\pi}{12}-\cos\theta\sin\frac{\pi}{12}\right)=\sin\frac{\pi}{12}(\cos\theta+\sin\theta)$$

$$2\left(\tan\theta-\tan\frac{\pi}{12}\right)=\tan\frac{\pi}{12}(1+\tan\theta) \quad 5$$

$$\left(2-\tan\frac{\pi}{12}\right)\tan\theta=3\tan\frac{\pi}{12}$$

$$\tan\theta=\frac{3\tan\frac{\pi}{12}}{2-\tan\frac{\pi}{12}}$$

$$\tan\theta=\frac{3(2-\sqrt{3})}{2-(2-\sqrt{3})} \quad 5$$

$$=\frac{3(2-\sqrt{3})}{\sqrt{3}}$$

$$=\sqrt{3}(2-\sqrt{3}) \quad 5$$

$\boxed{55}$

(c) $2\,cot^{-1}(x-1)+tan^{-1}\left(\frac{x}{x+1}\right)=\frac{\pi}{2}$ இனைத் தீர்க்க.

$$2\cot^{-1}(x-1)+\tan^{-1}\left(\frac{x}{x+1}\right)=\frac{\pi}{2}$$

$\cot^{-1}(x-1)=\alpha$ என்க.

$$\cot\alpha=x-1$$

$$\tan\alpha=\frac{1}{x-1}$$

$\tan^{-1}\left(\frac{x}{x+1}\right)=\beta$ என்க.

$$\tan\beta=\frac{x}{x+1}\Longrightarrow\cot\beta=\frac{x+1}{x}$$

$$2\alpha+\beta=\frac{\pi}{2}$$

$$2\alpha=\frac{\pi}{2}-\beta \quad 5$$

$$\tan 2\alpha = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta\right) \quad 5$$

$$\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha} = \cot\beta$$

$$\frac{2 \times \frac{1}{x-1}}{1 - \frac{1}{(x-1)^2}} = \frac{x+1}{x} \quad 5$$

$$\frac{2(x-1)}{(x-1)^2 - 1} = \frac{x+1}{x}$$

$$\frac{2(x-1)}{x(x-2)} = \frac{x+1}{x} \qquad (\because x \neq 0, x \neq 2)$$

$$2(x-1) = (x-2)(x+1) \quad 5$$

$$2(x-1) = x^2 - x - 2$$

$$x^2 - 3x = 0$$

$$x = 3 \ \ OR \ \ x = 0 \quad 5$$

ஆனால், $x \neq 0$

$x = 3$ பொருத்தமானது. 5

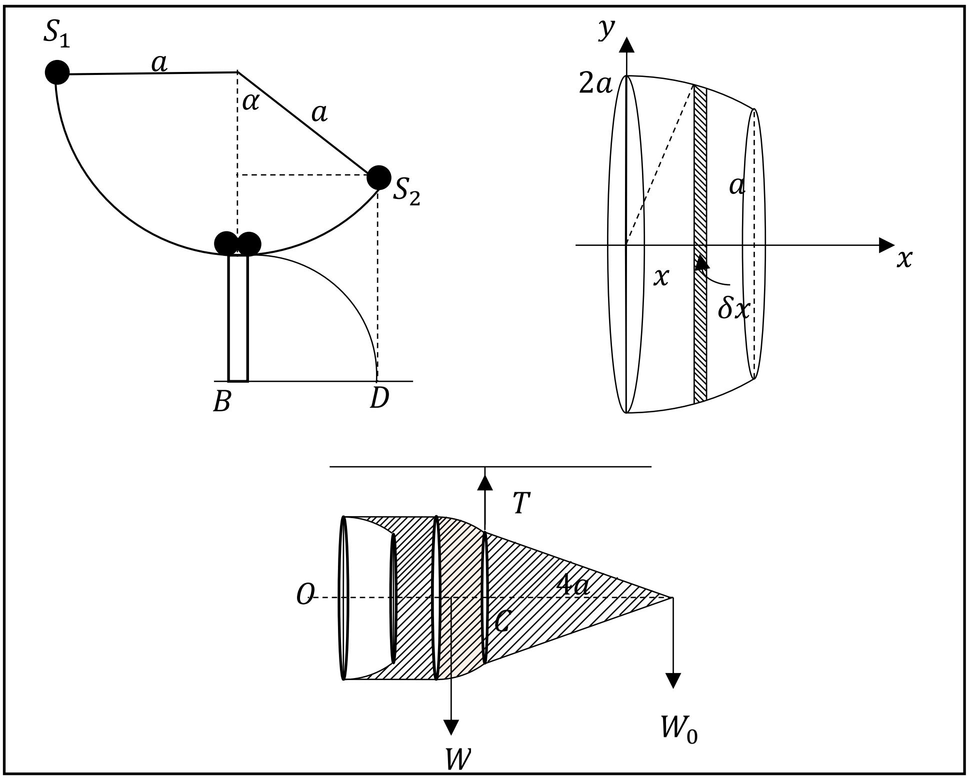
$\boxed{30}$

மொறட்டுவைப் பல்கலைக்கழக பொறியியற் பீட தமிழ் மாணவர்கள் நடாத்தும் க.பொ.த உயர்தர மாணவர்களுக்கான 16 வது

முன்னோடிப் பரீட்சை 2025

10(II) - இணைந்தகணிதம் II

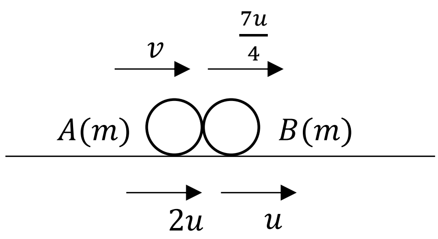
விடைகள் (புள்ளியிடும் திட்டம்)



Prepared By

P.Senthilnathan B.Sc, Dip in Ed

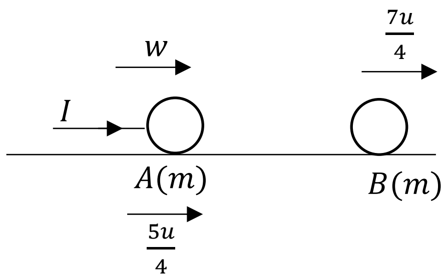
1. ஒப்பமான கிடை மேசை மீது u கதியுடன் இயங்கும் m திணிவுடைய துணிக்கை B ஐ அதே திசையில் மேசை மீது $2u$ கதியுடன் இயங்கும் m திணிவுடைய துணிக்கை A நேரடியாக மோதுகின்றது. மொத்தலின் பின் B ஆனது $\frac{7u}{4}$ கதியுடன் இயங்குகிறது. துணிக்கை A ஆனது அதே திசையில் தொடர்ந்து இயங்குகின்றதெனின் அதன் கதியைக் காண்க. இப்போது A இற்கு அதன் இயக்கத்திசையில் I எனும் கணத்தாக்கு வழங்கப்படின் தொடரும் இயக்கத்தில் $I > \frac{mu}{2}$ எனில் B ஐ இரண்டாவது முறையாக A மோதும் எனக்காட்டுக.



தொகுதியிற்கு $I = \Delta(mu)$

$\rightarrow \quad 0 = \left(mv + m \times \frac{7u}{4}\right) - (m \times 2u + m \times u)$ 5

$\Rightarrow v = \frac{5u}{4}$ 5



$I = \Delta(mu)$

$(A) \quad \rightarrow I = mw - m \times \frac{5u}{4}$ 5

$\Rightarrow mw = I + \frac{5mu}{4}$

$\Rightarrow I > \frac{mu}{2}$ 5

$\Leftrightarrow \; I + \frac{5mu}{4} > \frac{7mu}{4}$

$\Leftrightarrow mw > \frac{7mu}{4}$

$w > \frac{7u}{4}$ எனின் B ஐ மறுபடியும் மோதும் 5

25

2. $AB = \sqrt{3}h$ ஆகுமாறு புள்ளி B இற்கு நிலைக்குத்தாக மேலே புள்ளி A உள்ளது. இருதுணிக்கைகள் A, B இல் இருந்து ஒரே நேரத்தில் முறையே கிடையாக $\frac{u}{2}$, கிடையுடன் θ கோணத்தில் u உடன் ஒரே நிலைக்குத்துத் தளத்தில் அவற்றின் பாதைகள் அமையுமாறு புவியீர்ப்பின் கீழ் வீசப்படுகின்றன. இரண்டு துணிக்கைகளும் புள்ளி C இல் மோதுகின்றன. $\theta = 60°$ எனக்காட்டி, மோதுவதற்கு எடுத்த நேரம் $\frac{2h}{u}$ எனக்காட்டுக.

$S = ut + \frac{1}{2}gt^2$

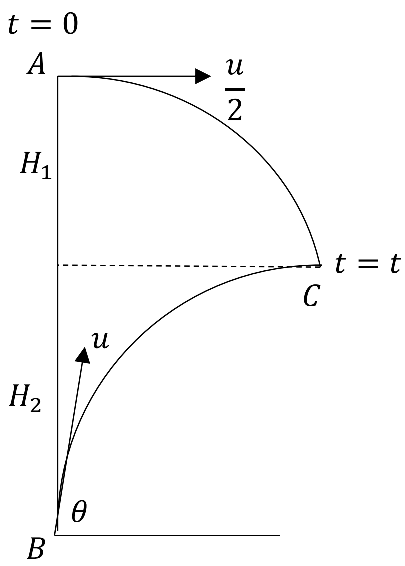
$(A \longrightarrow C), \longrightarrow S = \frac{u}{2}t$

$(B \longrightarrow C), \longrightarrow S = u\cos\theta\, t$ 5

$\Longrightarrow \frac{u}{2}t = u\cos\theta\, t$

$\cos\theta = \frac{1}{2}$ 5

$\theta = 60°$



$S = ut + \frac{1}{2}gt^2$

$(A \longrightarrow C), \downarrow H_1 = 0 + \frac{1}{2}gt^2$

$(B \longrightarrow C), \uparrow H_2 = u\sin\theta\, t - \frac{1}{2}gt^2$ 5

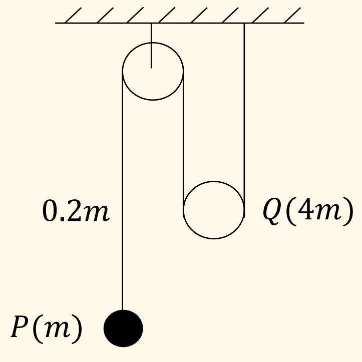
$\Longrightarrow H_1 + H_2 = u\sin\theta\, t$ 5

$\Longrightarrow \sqrt{3}h = u\sin 60\ t$ 5

$t = \frac{2h}{u}$

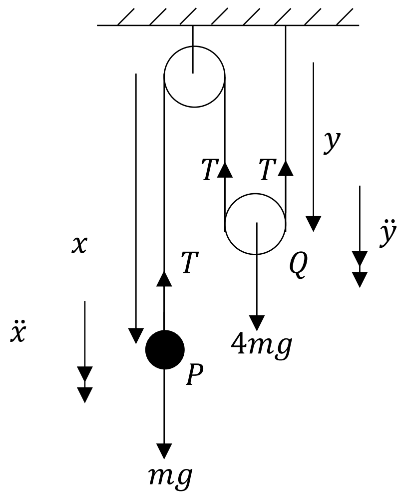
25

3. இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு முனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டு, இழையானது கிடை சீலிங்கில் நிலைப்படுத்தப்பட்ட ஒப்பமான கப்பியின் மேலாகச் சென்று பின் m திணிவுடைய ஒப்பமான அசையும் கப்பிக்கு கீழாகச் சென்று மறுமுனை சீலிங்கில் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ளது. கப்பிகளுடன் தொடுகையுறாத இழையின் பகுதிகள் நிலைக்குத்தாக இருக்கும் அதே வேளை, இழை இறுக்கமாக இருக்க ஆரம்பத்தில் துணிக்கை P ஆனது நிலையான கப்பியில் இருந்து $0.2m$ கீழே இருக்க பிடிக்கப்பட்டு ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகிறது. $g = 10\ ms^{-2}$ எனக்கொண்டு, P இன் ஆர்முடுகல் $5\ ms^{-2}$ ஆக மேல்நோக்கி இருக்கும் எனக்காட்டி, P ஆனது நிலைத்த கப்பியை அடைய எடுத்த நேரத்தைக் காண்க.



$x + 2y =$ மாறிலி

$\ddot{x} + 2\ddot{y} = 0$ ....(1) 5



$F = ma$

$P, \downarrow \quad mg - T = m\ddot{x}$ ....(2) 5

$Q, \downarrow \quad 4mg - 2T = 4m\ddot{y}$

$2mg - T = 2m\ddot{y}$ ....(3) 5

$(3) - (2) \implies mg = m(2\ddot{y} - \ddot{x})$

$\implies 10 = 2 \times \left(-\frac{\ddot{x}}{2}\right) - \ddot{x}$

$\implies \ddot{x} = -5$

$\therefore$ P இன் ஆர்முடுகல் $5\ ms^{-2} \uparrow$ 5

P இற்கு $\uparrow s = ut + \frac{1}{2}gt^2$

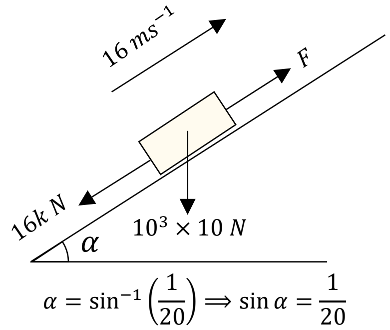
$\implies 0.2 = 0 + \frac{1}{2} \times 5 \times t^2$

$\implies t^2 = 0.08 = \frac{2}{25}$

$\implies t = \frac{\sqrt{2}}{5} s$ 5

25

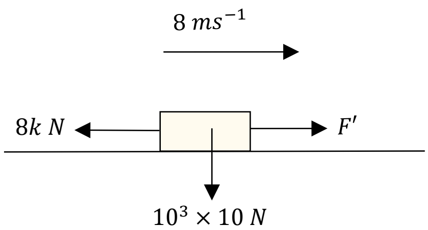
4. $1000kg$ திணிவுள்ள காரானது கிடையுடன் $\sin^{-1}\left(\frac{1}{20}\right)$ சாய்வுள்ள பாதையில் மேல்நோக்கி $16\ ms^{-1}$ எனும் மாறாக்கதியுடன் இயங்குகிறது. காரின் இயக்கத்திற்கான தடை விசை $kv\ N$ ஆகும். இங்கு k மாறிலியும் v ஆனது ms^{-1} இல் கதியுமாகும். கார் $8.16\ kW$ வலுவுடன் இயங்குகிறது எனக் கொண்டு $k = \frac{5}{8}$ எனக்காட்டுக. காரானது அதே தடை வடிவத்தை ஒத்த தடையுடன் கிடை பாதையில் அதே வலுவுடன் செல்லும் போது அதன் கதி $8\ ms^{-1}$ ஆக இருக்கையில் ஆர்முடுகல் $1.015\ ms^{-2}$ எனக்காட்டுக. $(g = 10\ ms^{-2})$



$$P = Fv$$
$$8.16 \times 10^3 = F \times 16$$
$$F = 0.51 \times 10^3$$
$$F = 510 \quad 5$$

$$F = ma$$

$$\nearrow F - 10^3 \times 10 \sin\alpha - 16k = 1000 \times 0 \quad 5$$
$$510 - 500 = 16k$$
$$k = \frac{5}{8} \quad 5$$



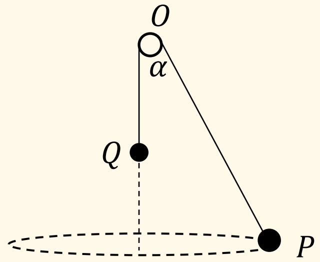
$$P = Fv$$
$$8.16 \times 10^3 = F' \times 8$$
$$F' = 1.02 \times 10^3 \quad 5$$

$$F = ma$$

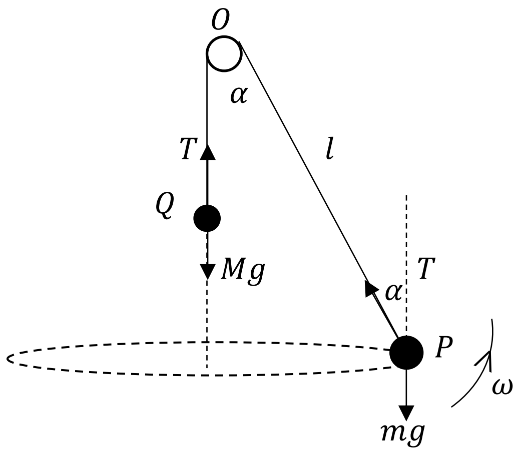
$$\rightarrow \quad F' - 8k = 1000f$$
$$1.02 \times 10^3 - 8 \times \frac{5}{8} = 1000f \quad 5$$
$$\rightarrow f = 1.015\ ms^{-2}$$

25

5. புள்ளி O இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள கப்பி மீது செல்லும் இலேசான நீட்டமுடியாத இழையின் ஒரு நுனியில் m திணிவுடைய துணிக்கை P உம் மற்றைய நுனியில் M திணிவுடைய துணிக்கை Q உம் இணைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டியவாறு இழை இறுக்கமாக இருக்க P ஆனது சீரான கோண வேகம(ω) உடன் கிடை வட்டத்தில் இயக்கப்படும் அதேவேளை, Q ஆனது O இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே சுயாதீனமாக தொங்கியவண்ணம் சமநிலையில் உள்ளது. $OP = l$ ஆகவும் $P\hat{O}Q = \alpha$ ஆகவும் இருப்பின் $\cos\alpha$ ஐ கண்டு $m < M$ என உய்த்தறிக.



மேலும் அத்துடன் $\omega = \sqrt{\frac{Mg}{ml}}$ எனவும் காட்டுக.



Q இன் சமநிலை

$\uparrow T = Mg$ ....(1)

P இற்கு

$\uparrow\ T\cos\alpha = mg$ ....(2)

5

$\frac{(2)}{(1)} \Longrightarrow \cos\alpha = \frac{m}{M}$ 5

ஆனால் $\cos\alpha < 1$

$\Longrightarrow \frac{m}{M} < 1$

$m < M$ 5

P இற்கு $F = ma$

$\leftarrow\ T\sin\alpha = m(l\sin\alpha)\omega^2$ 5

$mg = ml^2\omega^2$

$\Longrightarrow\ \omega = \sqrt{\frac{Mg}{ml}}$ 5

25

6. $\lambda, \mu \in \mathbb{R}$ ஆயிருக்க $\boldsymbol{u} = \lambda\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}, \boldsymbol{v} = \boldsymbol{i} + \mu\boldsymbol{j}$ எனக்கொள்வோம். இங்கு $\boldsymbol{i}, \boldsymbol{j}$ என்பன வழமையான குறியீட்டை உடையன. $\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}, \boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}$ என்பன செங்குத்தான காவிகளாகவும் $|\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}| = 2|\boldsymbol{v}|$ ஆகவும் இருப்பின் λ, μ இன் பெறுமானங்களைக் காண்க.

$\boldsymbol{u} = \lambda\boldsymbol{i} + \boldsymbol{j}$, $\boldsymbol{v} = \boldsymbol{i} + \mu\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v} = (\lambda + 1)\boldsymbol{i} + (\mu + 1)\boldsymbol{j}$
$\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v} = (\lambda - 1)\boldsymbol{i} - (\mu - 1)\boldsymbol{j}$

$\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v} \perp \boldsymbol{u} - \boldsymbol{v} \implies (\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}) \cdot (\boldsymbol{u} - \boldsymbol{v}) = \boldsymbol{0}$ 5
$\implies [(\lambda + 1)\boldsymbol{i} + (\mu + 1)\boldsymbol{j}] \cdot [(\lambda - 1)\boldsymbol{i} - (\mu - 1)\boldsymbol{j}] = \boldsymbol{0}$

$(\lambda^2 - 1) - (\mu^2 - 1) = 0$
$\lambda^2 = \mu^2$ 5
$\implies \lambda = \pm\mu$ ....(1)

$|\boldsymbol{u} + \boldsymbol{v}| = 2|\boldsymbol{v}|$

$\implies \sqrt{(\lambda + 1)^2 + (\mu + 1)^2} = 2\sqrt{1 + \mu^2}$ 5

$(\lambda + 1)^2 + (\mu + 1)^2 = 4(1 + \mu^2)$ ....(2)

$(1) \implies \lambda = \mu$ எனின் $(1) \implies (\mu + 1)^2 \times 2 = 4(1 + \mu^2)$

$\mu^2 + 2\mu + 1 = 2(1 + \mu^2)$

$\mu^2 - 2\mu + 1 = 0$

$(\mu - 1)^2 = 0$

$\implies \mu = 1$ 5

$\therefore \lambda = \mu = 1$

$(1) \implies \lambda = -\mu$ எனின் $(1) \implies (-\mu + 1)^2 + (\mu + 1)^2 = 4(1 + \mu^2)$
$2(1 + \mu^2) = 4(1 + \mu^2)$

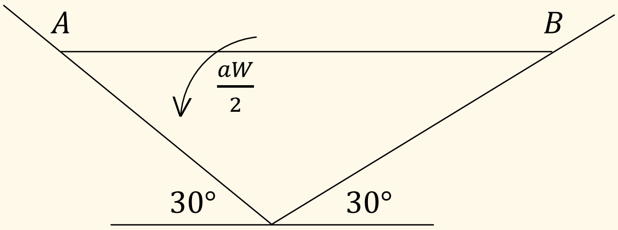
$1 + \mu^2 = 2(1 + \mu^2)$

$\implies \mu^2 = -1$ பொருந்தாது

$\therefore \lambda = \mu = 1$ 5

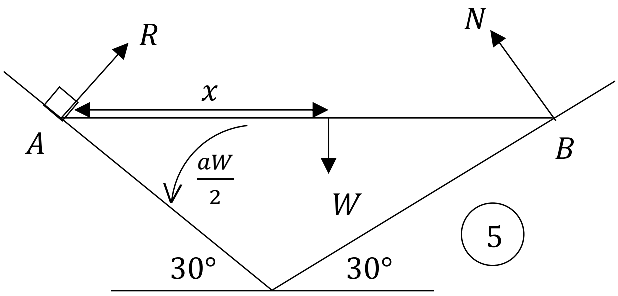
25

7. $3a$ நீளமான சீரற்ற W நிறையுடைய கோல் AB ஆனது ஒவ்வொன்றும் கிடையுடன் $30°$ இல் சாய்வுள்ள ஒப்பமான சாய்தளங்களில் கிடையாக வைக்கப்பட்டு படத்தில் காட்டிவாறு $\frac{aW}{2}$ திருப்பமுள்ள இணை கொடுக்கப்பட, அது அவ்வமைவில் சமநிலையில் உள்ளது. A, B இல் உள்ள மறுதாக்கங்கள் பருமனில் சமன் எனக்காட்டி, கோலின் புவியீர்ப்புமையம் எங்குள்ளது எனக்காண்க.



$\longrightarrow R\cos 60 - N\cos 60 = 0$ 5

$R = N$



$\uparrow R\sin 60 + N\sin 60 - W = 0$

$N = \frac{W}{\sqrt{3}}$ 5

$\curvearrowleft A \quad N \times 3a\sin 60 + \frac{aW}{2} - W \times x = 0$ 5

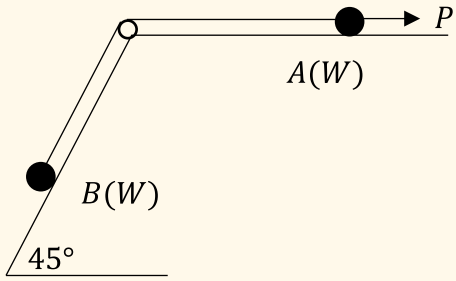
$\frac{W}{\sqrt{3}} \times 3a \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{aW}{2} = Wx$

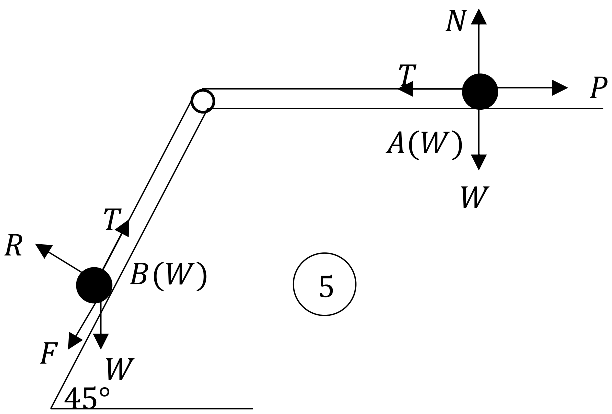
$\Longrightarrow x = 2a$ 5

25

SLTC Northway Family Mart SUTHA INDUSTRIES (PVT) LTD

8. கிடையுடன் $45°$ இல் சாய்ந்துள்ள கரடான சாய்தளத்தின்உச்சியில் ஒப்பமான கப்பி நிலைப்படுத்தப்பட்டு, அதன் மீது செல்லும் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் முனைகளில் $A(W), B(W)$ நிறைகளுடைய துணிக்கைகள் இணைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கை. A ஆனது கப்பியினூடாகச் செல்லும் ஒப்பமான கிடை மேசை மீதும், துணிக்கை B ஆனது கரடான சாய்தளத்திலும் இருக்குமாறு அமைய துணிக்கை A இற்கு படத்தில் காட்டியவாறு கிடை விசை P பிரயோகிக்கப்பட தொகுதி சமநிலையில் உள்ளது. துணிக்கைகள், கப்பி என்பன ஒரே நிலைக்குத்து தளத்தில் இருக்கின்றன. துணிக்கை B, சாய்தளம் இடையிலான உராய்வுக்குணகம் $\frac{1}{2}$ எனின் $W \leq 2\sqrt{2}P \leq 3W$ எனக்காட்டுக.



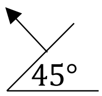


5

$(A), \longrightarrow \quad P - T = 0 \Longrightarrow P = T$

$(B), \swarrow \quad F + W\cos 45 - T = 0$

$$\Longrightarrow F = P - \frac{W}{\sqrt{2}}$$ 5



$R - W\sin 45 = 0 \Longrightarrow R = \frac{W}{\sqrt{2}}$ 5

துணிக்கை B இன் சமநிலைக்கு

$\frac{|F|}{R} \leq \frac{1}{2} \Longrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{F}{R} \leq \frac{1}{2}$ 5

$$\Longrightarrow -\frac{1}{2} \leq \frac{\left(P - \frac{W}{\sqrt{2}}\right)}{\frac{W}{\sqrt{2}}} \leq \frac{1}{2}$$ 5

$$\Longrightarrow -W \leq 2\sqrt{2}P - 2W \leq W$$

$$\Longrightarrow W \leq 2\sqrt{2}P \leq 3W$$

25

9. மாதிரி வெளி Ω இல் இரு நிகழ்வுகள் A, B என்பன $P(A|B) = \frac{1}{2}, P(A|B') = \frac{1}{3}$ ஆகுமாறுள்ளன. $6P(A) - P(B) = 2$ எனக்காட்டுக. மேலும் $P(A) = \frac{7}{18}$ எனின், A, B என்பன சாராதவை அல்ல எனவும் காட்டுக.

$P(A|B) = \frac{1}{2}$

$\Longrightarrow \frac{P(A\cap B)}{P(B)} = \frac{1}{2}$ 5

$\Longrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2}P(B)$ ....(1)

$P(A|B') = \frac{1}{3}$

$\Longrightarrow \frac{P(A\cap B')}{P(B')} = \frac{1}{3}$ 5

$\Longrightarrow 3P(A \cap B') = P(B')$

$\Longrightarrow 3[P(A) - P(A \cap B)] = 1 - P(B)$ 5

$\Longrightarrow 6P(A) - P(B) = 2$

$P(A) = \frac{7}{18}$ எனின்

$6 \times \frac{7}{18} - P(B) = 2$

$\Longrightarrow P(B) = \frac{1}{3}$ 5

$(1) \Longrightarrow P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

$P(A) \cdot P(B) = \frac{7}{18} \times \frac{1}{3} = \frac{7}{54}$

$\therefore P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ 5

$\Longrightarrow A, B$ சாராதனவை அல்ல

25

10. x, y, z என்பன நிறை எண்களாக இருக்க $4, x, 6, y, 7, z, 13$ என்பன ஏறுவரிசையில் ஒழுங்குபடுத்தப்பட்ட ஏழு நோக்கல்களாகும். இவற்றின் இடை 7 ஆகவும், இடையம் 6 ஆகவும் ஒரு ஆகாரத்தை மட்டும் கொண்டவையாகும். x, y, z இன் பெறுமானங்களைக் காண்க. இங்கு $z \neq 7$ அத்துடன் இவ் நோக்கல்களின் இடை விலகலைக் காண்க.

$4, x, 6, y, 7, z, 13$

$\therefore$ இடையம் $6 \implies y = 6$

இடை $= 7$

$$\frac{4 + x + 6 + y + 7 + z + 13}{7} = 7$$

$\implies x + z = 13$ ....(1) 5

$x = 5$ எனின் $(1) \implies z = 8$ 5

$x = 6$ எனின் $(1) \implies z = 7 \implies$ பொருந்தாது 5

$(\because z \neq 7)$

$\therefore \quad x = 5, y = 6, z = 8$

$4, 5, 6, 6, 7, 8, 13$

இடைவிலகல் $= \frac{\sum|x - \bar{x}|}{n}$

$= \frac{3+2+1+1+0+1+6}{7}$ 5

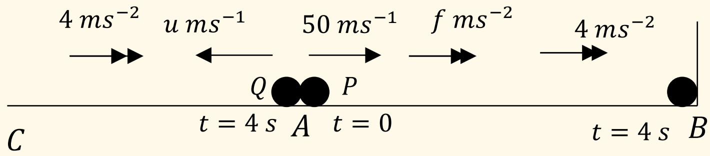
$= \frac{14}{7}$

$= 2$ 5

25

11)

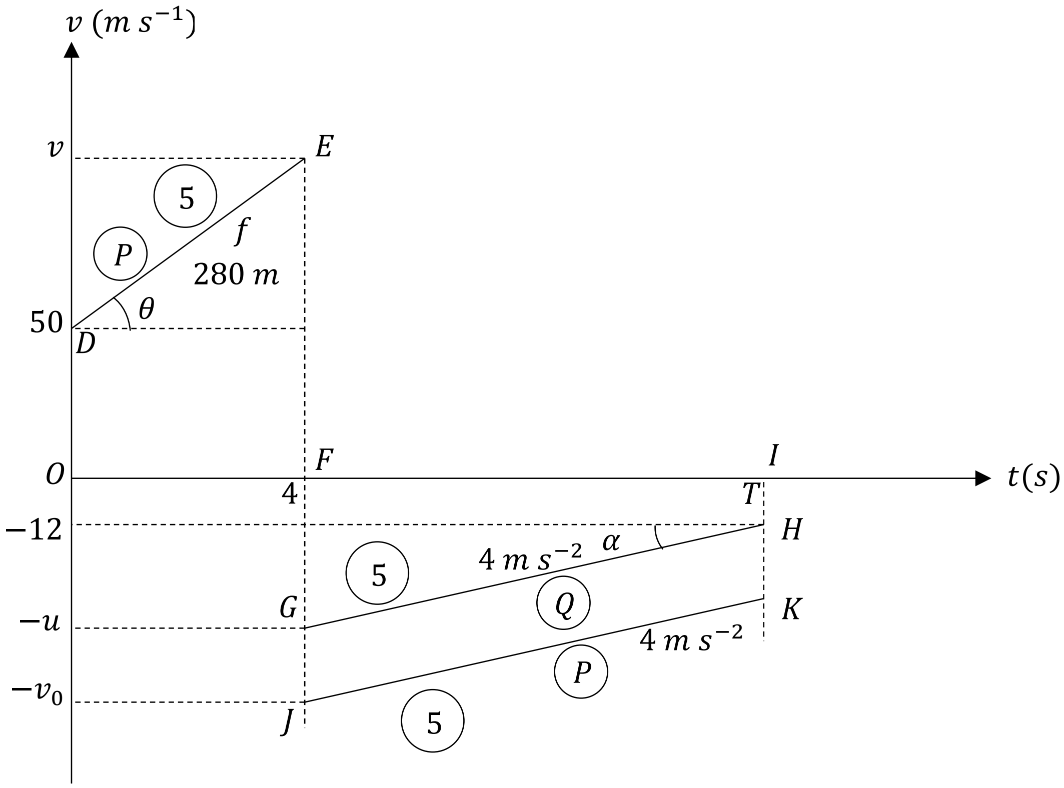
a) ஒப்பமான கிடைத்தளத்தில் உள்ள நேர்கோடு ஒன்றில் A, B, C எனும் புள்ளிகள் படத்தில் காட்டியவாறு உள்ளன. இங்கு $AB = 280\ m$ ஆகும். புள்ளி A இல் P, Q எனும் இரு துணிக்கைகள் வைக்கப்பட்டு, துணிக்கை P ஆனது $t = 0$ இல் $50\ ms^{-1}$ எனும் வேகத்துடன் AB வழியே எறியப்பட அது $f\ ms^{-2}$ எனும் சீரான ஆர்முடுகலுடன் இயங்கி $t = 4\ s$ இல் B இல் உள்ள நிலைக்குத்தான ஒப்பமான சுவரை $v\ ms^{-1}$ வேகத்துடன் செங்குத்தாக மோதி பின்னதைக்கிறது. துணிக்கை P, சுவர் இடையிலான மீள்தன்மைக் குணகம் $\frac{8}{9}$ ஆகும். துணிக்கை P இன் திரும்பிய இயக்கத்தில், அது $4\ ms^{-2}$ எனும் சீரான அமர்முடுகலுடன் இயங்குகின்றது.



$t = 4\ s$ இல் துணிக்கை Q ஆனது A இல் இருந்து AC வழியே $u\ ms^{-1}$ வேகத்துடன் இயக்கத்தை ஆரம்பித்து $4\ ms^{-2}$ எனும் சீரான அமர்முடுகலுடன் இயங்குகிறது. $t = T\ s$ இல் துணிக்கை P ஆனது துணிக்கை Q ஐ புள்ளி C இல் பிடிக்கிறது. அப்போது C இல் Q இன் கதி $12\ ms^{-1}$ ஆகும். இவ்விரு துணிக்கைகளின் இயக்கத்திற்கான வேக-நேர வரைபுகளை ஒரே வரைபடத்தில் பருமட்டியாக வரைக. இதிலிருந்து,

i. $v = 90, f = 10$ எனவும்

ii. $u = 40, T = 11\ or\ u = 52, T = 14$ எனவும் காட்டுக.



$\tan\theta = f$

$\Longrightarrow \frac{v-50}{4} = f$ ....(1) 5

சரிவகம் $ODEF$ பரப்பு $= 280$ 5

$\frac{1}{2}(50+v)\times 4 = 280$

$\Longrightarrow v = 90$ 5

$(1) \Longrightarrow f = 10$ 5

35

$v_0 = ev$

$v_0 = \frac{8}{9}\times 90$ 5

$= 80$

Q இற்கு $\tan\alpha = 4$

$\Longrightarrow \frac{u-12}{T-4} = 4$ 5

$u - 12 = 4T - 16$

$4T - u = 4$ .... (2)

சரிவகம் $FIKJ$ பரப்பு $-$ சரிவகம் $FIHG$ பரப்பு $= 280$ 5

$\Longrightarrow GHKJ$ பரப்பு $= 280$ 5

$(v_0 - u)(T-4) = 280$ 5

$(80 - u)(T-4) = 280$

$(80 + 4 - 4T)(T-4) = 280$

$(21 - T)(T-4) = 70$

$T^2 - 25T + 154 = 0$ 5

$(T-11)(T-14) = 0$

$\Longrightarrow T = 11$ or $T = 14$ 5

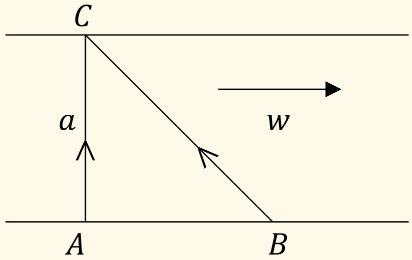
$T = 11$ எனின் $(2) \Longrightarrow u = 40$ 5

$T = 14$ எனின் $(2) \Longrightarrow u = 52$ 5

45

SLTC Learn. Research. Transform. Northway Family Mart SUTHA INDUSTRIES (PVT) LTD

b) சீரான வேகம் w உடன் பாயும் a அகலம் கொண்ட ஆற்றின் ஒரு கரையில் உள்ள புள்ளி A ஆகும். B என்பது A இருக்கும் கரையில் ஆற்றோட்ட திசையில் உள்ள புள்ளியாகும். C ஆனது A இற்கு நேர் எதிராக ஆற்றின் மறுகரையில் உள்ள புள்ளியாகும். இங்கு $AC = AB$ ஆகும். ஆறு தொடர்பாக u, v கதிகளையுடைய முறையே X, Y என்ற படகுகள் ஒரே நேரத்தில் முறையே A, B எனும் புள்ளிகளில் இருந்து புறப்பட்டு புள்ளி C ஐ அடைகின்றன. இங்கு $u > w\,, v > w$ ஆகும். இரு படகுகளின் இயக்கங்களிற்கான வேக முக்கோணிகளை வேறு வேறாக வரைந்து, படகு Y இன் கதி $\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\sqrt{2v^2 - w^2} - w\right)$ எனக்காட்டி, படகு X இன் கதியைக் காண்க.

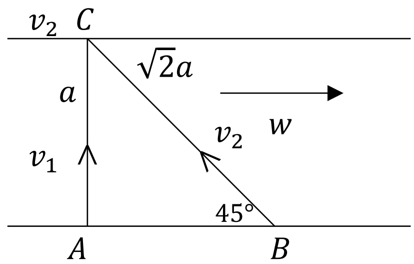


இரு படகுகளும் புள்ளி C ஐ அடைய எடுத்த நேரங்களைக் காண்க.

$u = \sqrt{2}w, v = \sqrt{5}w$ எனின் இவ்விரு படகுகளும் $\frac{a}{w}$ எனும் ஒரே நேரத்தில் C ஐ அடைகின்றன என உய்த்தறிக.

$$\left.\begin{aligned} V_{X,E} &= \uparrow\ v_1 \\ V_{Y,E} &= \nwarrow\ v_2 \end{aligned}\right\} \text{என்க}$$

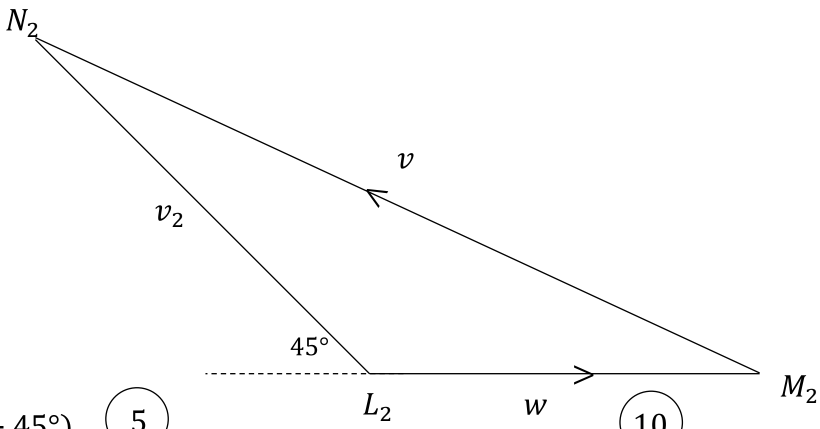
$V_{X,R} = u\,, V_{Y,R} = v$



சார்பு வேக கோட்பாடு

$V_{Y,E} = V_{Y,R} + V_{R,E}$

$\nwarrow v_2 = v + \rightarrow w$ 5



10

Cos Rule

$v^2 = {v_2}^2 + w^2 - 2v_2 w\cos(180° - 45°)$ 5

${v_2}^2 + \sqrt{2}wv_2 + (w^2 - v^2) = 0$

$$v_2 = \frac{-\sqrt{2}w \pm \sqrt{2w^2 - 4(w^2 - v^2)}}{2\times 1}$$

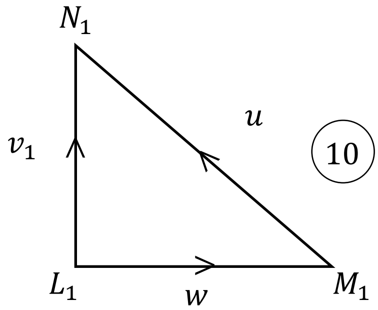
$$= \frac{-w \pm \sqrt{2v^2 - w^2}}{\sqrt{2}}$$

$$v_2 = \frac{\sqrt{2v^2 - w^2} - w}{\sqrt{2}} \quad \because\ v_2 > 0$$ 5

$V_{X,E} = V_{X,R} + V_{R,E}$

$\uparrow v_1 = u + \rightarrow w$ 5

$v_1 = \sqrt{u^2 - w^2}$ 5



10

படகு X ஆனது C ஐ அடைய நேரம்

$T_1 = \frac{a}{v_1} = \frac{a}{\sqrt{u^2-w^2}}$ .... (1) 5

படகு Y ஆனது C ஐ அடைய நேரம்

$T_1 = \frac{\sqrt{2}a}{v_2} = \frac{2a}{\sqrt{2v^2-w^2}-w}$ .... (2) 5

$u = \sqrt{2}w$ எனின் $(1) \Longrightarrow T_1 = \frac{a}{\sqrt{2w^2-w^2}} = \frac{a}{w}$ 5

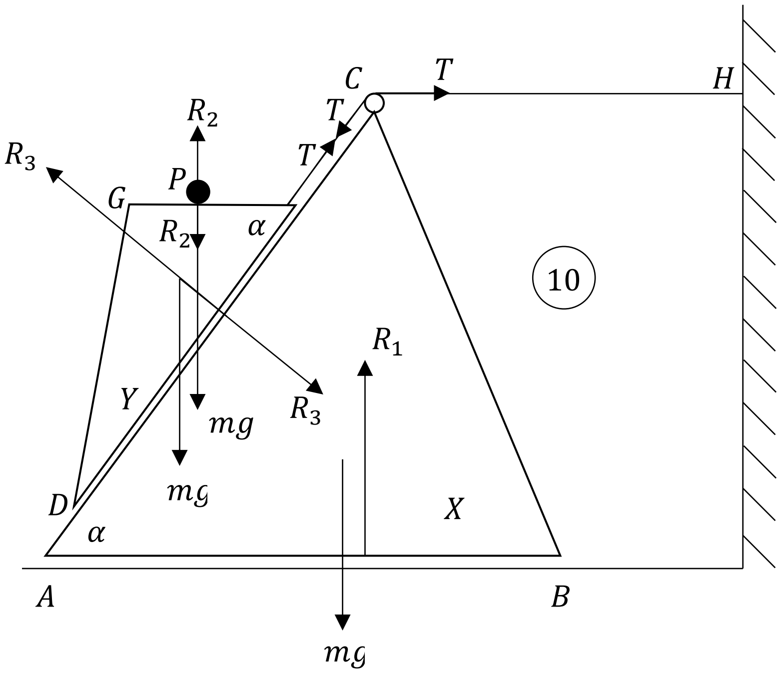
$v = \sqrt{5}w$ எனின் $(2) \Longrightarrow T_2 = \frac{2a}{\sqrt{2\times5w^2-w^2}-w} = \frac{a}{w}$ 5

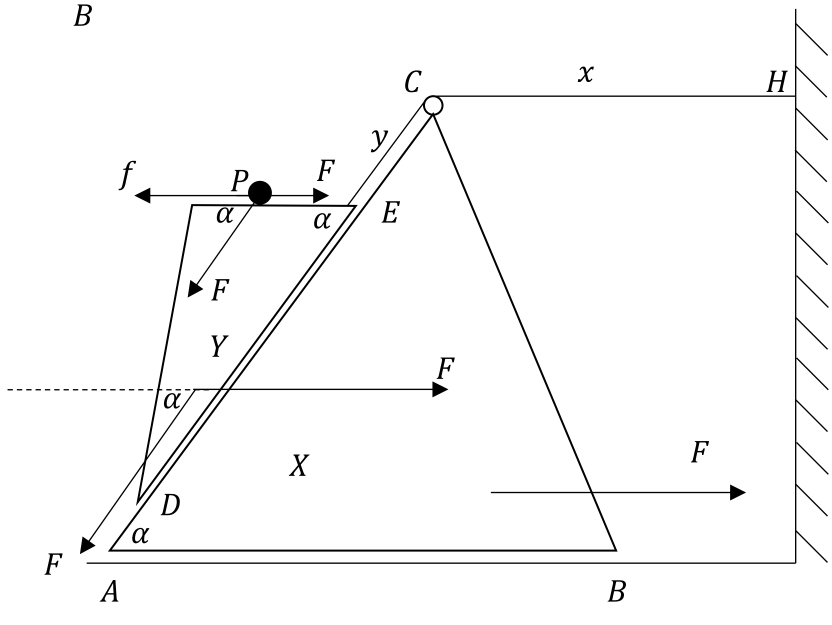
$\therefore\ T_1 = T_2 = \frac{a}{w}$ 5

70

150

12.(a) X, Y எனும் இரு ஒப்பமான சீரான ஆப்புகளினதும் துணிக்கை P இனதும் திணிவு மையங்களினூடாக உள்ள நிலைக்குத்துக் குறுக்குவெட்டு உருவிற் காட்டப்பட்டுள்ளது. AC, DE, GE என்பன அவை இருக்கும் முகங்களின் அதியுயர் சரிவுக்கோடுகளாக இருக்கும் அதேவேளை $B\hat{A}C = D\hat{E}G = \alpha$ ஆகும். துணிக்கை P, ஆப்புகள் ஒவ்வொன்றினதும் திணிவுகள் m ஆகும். ஆப்பு X இன் AB ஐக் கொண்ட முகம் ஓர் ஒப்பமான கிடை மேசை மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. ஆப்பு Y இன் ED ஐக் கொண்டுள்ள முகம் X இன் AC ஐ கொண்ட முகத்தின் மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. C இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டுள்ள ஒரு சிறிய ஒப்பமான இலேசான கப்பிக்கு மேலாகச் செல்லும் ஓர் இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் ஒரு நுனி, ஆப்பு Y இல் புள்ளி E இற்கும் மறுமுனை நிலையான சுவரில் உள்ள புள்ளி H இற்கு இணைக்கப்பட்டுள்ள அதே வேளை இழையின் பகுதி CH கிடையாகவும் ஆப்புகளின் நிலைக்குத்து குறுக்குவெட்டு தளத்திலும் உள்ளது. துணிக்கை P ஆனது GE மீது வைக்கப்பட்டுள்ளது. இழை இறுக்கமாக இருக்க தொகுதி ஓய்வில் இருந்து விடுவிக்கப்படுகிறது. ஆப்புகளின் ஆர்முடுகலைத் துணிவதற்கு போதிய சமன்பாடுகளை எழுதுக.



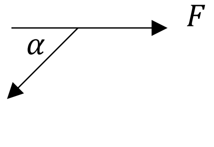


$x + y =$ மாறிலி $\Longrightarrow \ddot{x} + \ddot{y} = 0$ .... (1) 5

$a_{X,E} = \rightarrow F$ என்க $(\ddot{x} = -F)$

$\therefore$ (1) $\Longrightarrow a_{Y,X} = \swarrow F$ 5

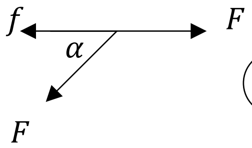
$\Longrightarrow a_{Y,E} =$



5

$a_{P,Y} = \longleftarrow f$ என்க

$\Longrightarrow a_{P,E} =$



5

$F = ma$

$(P), \rightarrow 0 = (F - f - F\cos\alpha)m$ 10

Y, P இற்கு

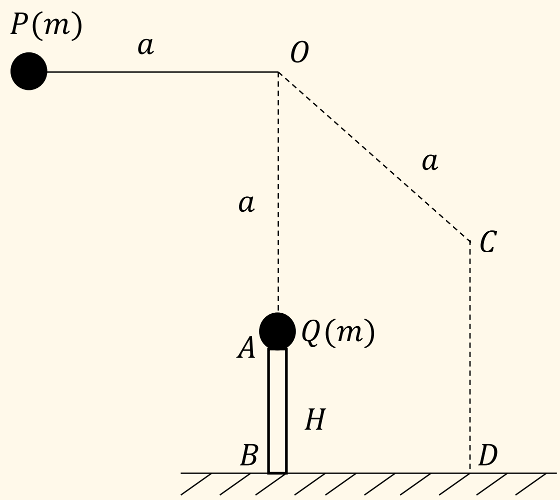
$\swarrow$ $2(mg\sin\alpha) - T = m(F - F\cos\alpha) + m(F + f\cos\alpha - F\cos\alpha)$ 15

தொகுதி

$\rightarrow$ $T = mF + m(F - F\cos\alpha) + m(F - F\cos\alpha - f)$ 15

35

b) a நீளமுள்ள இலேசான நீட்ட முடியாத இழையின் ஒரு முனை புள்ளி O இல் நிலைப்படுத்தப்பட்டு, மறுமுனையில் m திணிவுடைய துணிக்கை P இணைக்கப்பட்டுள்ளது. தொடக்கத்தில் O இன் மட்டத்தில் இழை இறுக்கமாக இருக்க துணிக்கை P பிடிக்கப்பட்டு ஓய்வில் இருந்து விடப்படுகிறது. தொடரும் இயக்கத்தில் துணிக்கை P ஆனது O இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே நிலைப்படுத்தப்பட்ட கம்பம் AB இன் உச்சி A இல் வைக்கப்பட்டுள்ள m திணிவுடைய துணிக்கை Q உடன் கிடையாக மோதுகிறது. இங்கு $OA = a, AB = H$ ஆகும். மொத்தலின் பின்னரான P, Q இன் இயக்கங்களில் P ஆனது தொடர்ந்து வட்ட இயக்கத்தை ஆற்றி புள்ளி C இல் கணநிலை ஓய்விற்கு வருகிறது. துணிக்கை Q ஆனது புவியீர்ப்பின் கீழ் இயங்கி புள்ளி C இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே B இன் மட்டத்தில் உள்ள புள்ளி D இல் தரையை அடிக்கிறது. துணிக்கைகள் P, Q இற்கிடையில் உள்ள மீள்தன்மைக்குணகம் $\frac{1}{2}$ ஆகும்.



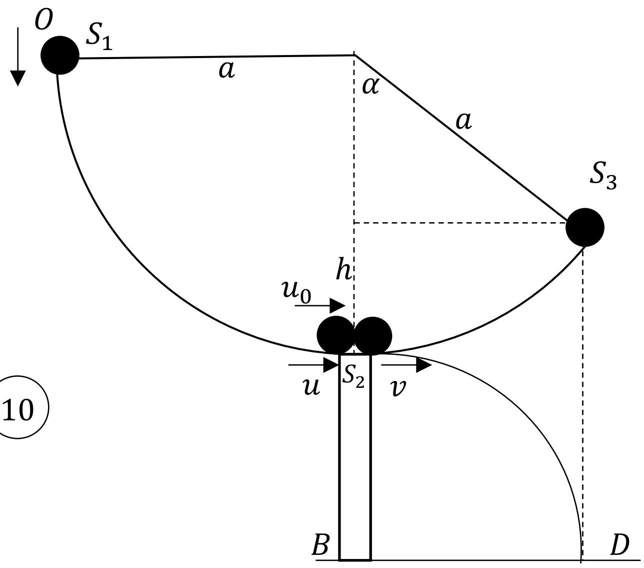
i. துணிக்கை P ஆனது துணிக்கை Q உடன் மோதுவதற்கு சற்று முன் அதன் கதியைக் கண்டு, மோதி சற்று பின் P, Q இன் கதிகள் முறையே $\frac{\sqrt{2ag}}{4}, \frac{3\sqrt{2ag}}{4}$ எனக்காட்டுக.

ii. A இன் மட்டத்திற்கு மேல் C இன் உயரம் $\frac{a}{16}$ எனக்காட்டி, $H = \frac{31}{576}a$ எனவும் காட்டுக.

P இற்கு $(S_1 \longrightarrow S_2)$ சக்திக்காப்பு விதி

$0 \ = \frac{1}{2}m{u_0}^2 - mga$ 10

$u_0 = \sqrt{2ga}$ 5



P, Q இற்கு

$I = \Delta(mu)$

$\longrightarrow \ 0 = (mu + mv) - (mu_0 + m \times 0)$ 10

$u + v = u_0$ .... (1)

நியூட்டனின் பரிசோதனை விதிப்படி

$v - u = \frac{1}{2}(u_0 + 0)$ 10

$v - u = \frac{1}{2}u_0$ .... (2)

$$(1) + (2) \Rightarrow v = \frac{3u_0}{4} \Rightarrow v = \frac{3}{4}\sqrt{2ag}$$ 5

$$(1) - (2) \Rightarrow u = \frac{u_0}{4} = \frac{\sqrt{2ag}}{4}$$ 5

45

P இற்கு $(S_2 \longrightarrow S_3)$ சக்திக்காப்பு விதிப்படி

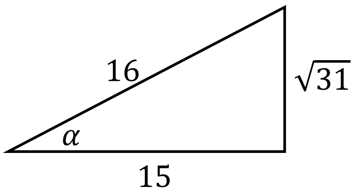
$$\frac{1}{2}mu^2 - mgh = 0$$ 10

$$h = \frac{1}{2g} \times \frac{2ag}{16}$$

$$= \frac{a}{16}$$ 5

$$\cos\alpha = \frac{15a}{16} \times \frac{1}{a}$$

$$\cos\alpha = \frac{15}{16}$$ 5



Q இற்கு,

$$(A \longrightarrow B), S = ut + \frac{1}{2}gt^2$$

$$\longrightarrow a\sin\alpha = vt + 0$$ 5

$$t = \frac{a\sin\alpha}{v}$$

$$\downarrow H = 0 + \frac{1}{2}gt^2$$ 5

$$= \frac{1}{2}g \times \left(\frac{a\sin\alpha}{v}\right)^2$$

$$= \frac{ga^2}{2} \times \frac{16}{9 \times 2ag} \times \frac{31}{256}$$

$$\Rightarrow H = \frac{31a}{576}$$ 5

35

150

---

13) இயற்கை நீளம் l ஐ உடைய ஓர் இலேசான மீள்தன்மை இழையின் ஒரு நுனி ஓர் ஒப்பமான கிடை நிலத்திற்கு மேலே $\frac{7l}{4}$ இல் இருக்கும் நிலைத்த புள்ளி O உடனும் மற்றைய நுனி ஒவ்வொன்றும் m திணிவுகளையுடைய இரு துணிக்கைகள் சேர்த்து ஒட்டப்பட்ட $2m$ திணிவுடைய சேர்த்தி துணிக்கை P உடனும் இணைக்கப்பட்டுள்ளன. ஆரம்பத்தில் துணிக்கை P ஆனது O இல் வைத்திருக்கப்பட்டு ஓய்விலிருந்து விடப்படுகிறது. புள்ளி O இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே A, C_0, C, D ஆகிய புள்ளிகள் $OA = l, AC_0 = C_0C = CD = \frac{l}{4}$ ஆகுமாறுள்ளன. துணிக்கை P இன் இயக்கத்தில் புள்ளி C சமநிலைத்தானமாக அமையின் இழையின் மீள்தன்மை மட்டு $4mg$ எனக்காட்டுக.
மேலும் துணிக்கை P இன் இயக்கச்சமன்பாடு $\ddot{x} = -\omega^2 x$ எனக்காட்டுக.
இங்கு $-\frac{l}{2} \leq x \leq \frac{l}{4}$ இற்கு $CP = x$ ஆக இருக்கும் அதேவேளை, $\omega(> 0)$ துணியப்பட வேண்டிய மாறிலியாகும்.
c வீச்சமாக இருக்க $\dot{x}^2 = \omega^2(c^2 - x^2)$ ஐப் பயன்படுத்தி வீச்சம் c ஐக் கண்டு, துணிக்கை P ஆனது நிலத்தில் புள்ளி D ஐ $\frac{\sqrt{38gl}}{4}$ எனும் கதியுடன் அடிக்கும் எனக்காட்டுக.

துணிக்கை P ஆனது நிலத்தை அடிக்கும் போது m திணிவுள்ள துணிக்கை இழையில் இருந்து தொடுகையற்று செல்கிறது. இழையுடன் தொடுகையில் உள்ள மற்றைய துணிக்கை Q ஆனது நிலைக்குத்தாக மேல்நோக்கி $\frac{\sqrt{5gl}}{2}$ எனும் வேகத்திலிருந்து இயக்கத்தை தொடர்கிறது. $-\frac{l}{4} \leq y \leq \frac{l}{2}$ இற்கு $C_0Q = y$ என எடுத்து, இப்புதிய எளிமை இசை இயக்கச் சமன்பாட்டைப் பெற்று, அதன் வீச்சம் $\frac{3l}{4}$ எனக்காட்டுக. அத்துடன் துணிக்கை Q ஆனது புள்ளி O ஐ மட்டுமட்டாக அடையும் எனக்காட்டுக. மேலும் துணிக்கை Q ஆனது D இலிருந்து O இனை அடைய எடுக்கும் நேரம் $\frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\pi - \cos^{-1}\frac{1}{3} - \cos^{-1}\frac{2}{3} + 2\sqrt{2}\right]$ எனக்காட்டுக.

Hooke's Law

$$T = \lambda \times \frac{l/2}{l}$$

$$= \frac{\lambda}{2} \quad 5$$

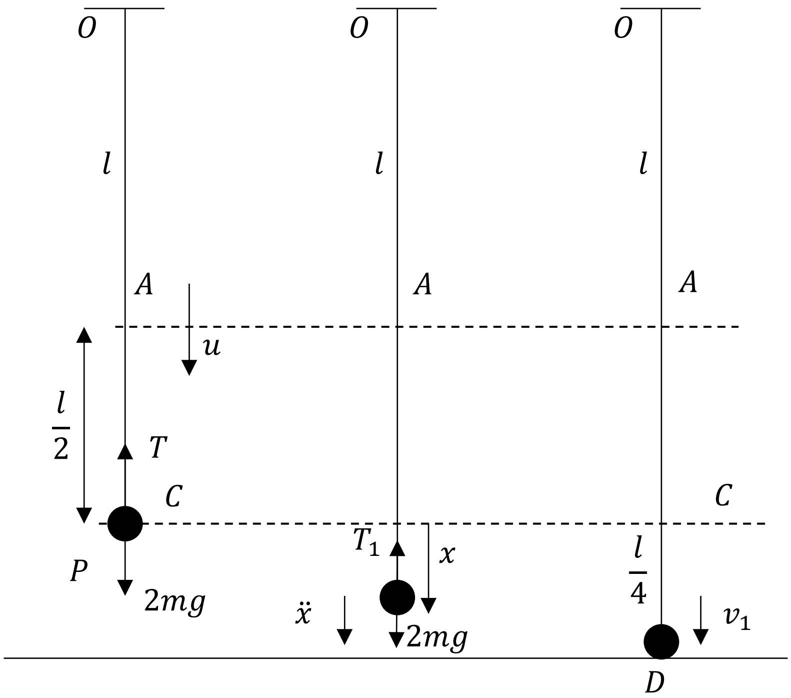
சமநிலையில்

$$\uparrow T = 2mg \quad 5$$

$$\frac{\lambda}{2} = 2mg$$

$$\lambda = 4mg \quad 5$$

15



புவியீர்ப்பின் கீழ் இயக்கத்தில்

$v^2 = u^2 + 2as$

$\downarrow u^2 = 0 + 2gl$ 5

$u = \sqrt{2gl}$

Hooke's Law

$T_1 = \frac{4mg(l/_2+x)}{l}$ 5

$F = ma$

$\downarrow\ 2mg - T_1 = 2m\ddot{x}$

$2mg - \frac{4mg(l/_2+x)}{l} = 2m\ddot{x}$ 5

$\ddot{x} = -\frac{2g}{l}x$ 5

$\ddot{x} = -\omega^2 x$; இங்கு $\omega^2 = \frac{2g}{l} \Longrightarrow \omega = \sqrt{\frac{2g}{l}}$; $\because\ \omega > 0$

5

S.H.M

$x = 0$ இல் அலைவு மையம் $\Longrightarrow C$ அலைவு மையம்

$\dot{x}^2 = \omega^2(c^2 - x^2)$ .... (1)

$x = -\frac{l}{2}$ இல் $\dot{x} = u = \sqrt{2gl}$

$2gl = \frac{2g}{l}(c^2 - \frac{l^2}{4})$ 5

$c = \frac{\sqrt{5}}{2}l$ 5

$x = \frac{l}{4}$ இல் $\dot{x} = v_1$ என்க

$(1) \Longrightarrow \; v_1^{\,2} = \frac{2g}{l}\left(\frac{5l^2}{4} - \frac{l^2}{16}\right)$ 5

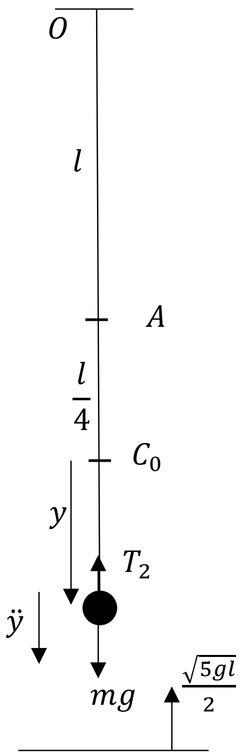
$v_1 = \frac{\sqrt{38gl}}{4}$ 5

45

துணிக்கை Q இன் இயக்கத்தில்

Hooke's Law

$T_2 = \frac{4mg(l/_4+y)}{l}$ 5



$F = ma$

$\downarrow \; mg - T_2 = m\ddot{y}$ 5

$mg - \frac{4mg(l/_4+y)}{l} = m\ddot{y}$

$\ddot{y} = -\frac{4g}{l}y$

$\ddot{y} = -\omega_0^{\,2}y$; இங்கு $\omega_0^{\,2} = \frac{4g}{l} \Longrightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{4g}{l}}$; $\because \; \omega_0 > 0$

S.H.M 5 5

$y = 0$ இல் அலைவு மையம் $\Longrightarrow C_0$ அலைவு மையம்

5

$\dot{y}^2 = \omega_0^{\,2}(c_0^{\,2} - y^2)$ ....(2)

$y = \frac{l}{2}$ இல் $\dot{y} = -\frac{\sqrt{5gl}}{2}$

$\left(\frac{\sqrt{5gl}}{2}\right)^2 = \frac{4g}{l}(c_0^{\,2} - \frac{l^2}{4})$ 5

$c_0 = \frac{3}{4}l$ 5

35

SLTC Northway Family Mart SUTHA INDUSTRIES (PVT) LTD

$y = -\frac{l}{4}$ இல் $\dot{y} = u_0$ என்க

$(2) \Rightarrow \ \ {u_0}^2 = \frac{4g}{l}\left(\frac{9l^2}{16} - \frac{l^2}{16}\right)$ 5

$u_0 = \sqrt{2gl}$ 5

புவியீர்ப்பின் கீழ் இயக்கத்தில்

$v^2 = u^2 + 2as$

$\uparrow 0 = {u_0}^2 - 2gh$ 5

$2gh = 2gl$

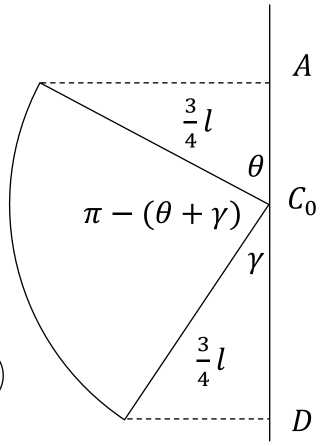
$h = l$ 5

$\therefore O$ ஐ மட்டுமட்டாக அடையும்

20

$\cos\theta = \frac{l/4}{3l/4} = \frac{1}{3}$

$\cos\gamma = \frac{l/2}{3l/4} = \frac{2}{3}$



5

துணிக்கை Q ஆனது $D \longrightarrow A$ செல்ல எடுக்கும் நேரம் t_1 என்க.

$t_1 = \frac{\pi - (\theta+\gamma)}{\omega_0}$ 5

$t_1 = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right]$ 10

துணிக்கை Q ஆனது $A \longrightarrow O$ செல்ல எடுக்கும் நேரம் t_2 என்க.

$\uparrow v = u + at$

$0 = \sqrt{2gl} - gt_2 \ \ \Rightarrow t_2 = \sqrt{\frac{2l}{g}}$ 5

மொத்த நேரம் $= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\pi - \cos^{-1}\left(\frac{1}{3}\right) - \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right)\right] + \sqrt{\frac{2l}{g}}$ 5

$= \frac{1}{2}\sqrt{\frac{l}{g}}\left[\pi - \cos^{-1}\frac{1}{3} - \cos^{-1}\frac{2}{3} + 2\sqrt{2}\right]$ 5

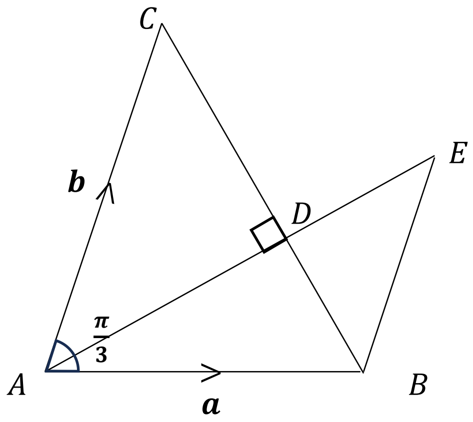
35

150

14)

a) $\overrightarrow{AB} = \boldsymbol{a}, \overrightarrow{AC} = \boldsymbol{b}, \boldsymbol{B\widehat{A}C} = \frac{\pi}{3}$ ஆகுமாறு ABC ஒரு முக்கோணியாகும். A யினூடாக BC இற்கு செங்குத்தாக வரையப்பட்ட கோடும் B இனூடு AC இற்கு சமாந்தரமாக வரையப்பட்ட கோடும் புள்ளி E இல் இடைவெட்டுகின்றன. கோடு AE ஆனது பக்கம் BC ஐ வெட்டும் புள்ளி D ஆகும். மேலும் $CD: CB = \lambda: 1$ ஆகும். இங்கு $\lambda \in \mathbb{R}$. $\overrightarrow{AD} = \lambda\boldsymbol{a} + (1-\lambda)\boldsymbol{b}$ எனக்காட்டுக. $|\boldsymbol{a}| = 2, |\boldsymbol{b}| = 3$ எனின், $\lambda = \frac{6}{7}$ எனக்காட்டுக. $AE: AD = \mu: 1$; $\mu \in \mathbb{R}$ எனின், ΔABE இல் காவிக்கூட்டல் விதியைப் பயன்படுத்தி μ ஐக் காண்க. $AE: DE = 7: 1$ என உய்த்தறிக.

ΔABC இல்



$\overrightarrow{CB} = \overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AB}$

$= -\boldsymbol{b} + \boldsymbol{a}$ 5

$\overrightarrow{CB} = \boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}$

$CD: CB = \lambda: 1$

$\Longrightarrow \frac{CD}{CB} = \lambda$

$\Longrightarrow \overrightarrow{CD} = \lambda\overrightarrow{CB} = \lambda(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$ 5

ΔACD இல்

$\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CD}$

$= \boldsymbol{b} + \lambda(\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b})$

$\overrightarrow{AD} = \lambda\boldsymbol{a} + (1-\lambda)\boldsymbol{b}$ ....(1) 5

$AD \perp CB \Longrightarrow \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{CB} = 0$ 5

$[\lambda\boldsymbol{a} + (1-\lambda)\boldsymbol{b}] \cdot (\boldsymbol{a} - \boldsymbol{b}) = 0$

$\lambda(a \cdot a) + (1-\lambda)(\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}) - \lambda(\boldsymbol{a}.\boldsymbol{b}) - (1-\lambda)(\boldsymbol{b}.\boldsymbol{b}) = 0$ 5

$\lambda|\boldsymbol{a}|^2 + (1-2\lambda)|\boldsymbol{a}||\boldsymbol{b}|\cos\frac{\pi}{3} - (1-\lambda)|\boldsymbol{b}|^2 = 0$ 5

$|\boldsymbol{a}| = 2, |\boldsymbol{b}| = 3 \Rightarrow \lambda \times 4 + (1-2\lambda) \times 2 \times 3 \times \frac{1}{2} - (1-\lambda) \times 9 = 0$

$4\lambda + 3 - 6\lambda - 9 + 9\lambda = 0$

$7\lambda = 6$

$\lambda = \frac{6}{7}$ 5

35

$\overrightarrow{AD} = \frac{6}{7}\boldsymbol{a} + \frac{1}{7}\boldsymbol{b}$

$BE // AC \implies \overrightarrow{BE} = \gamma\overrightarrow{AC} = \gamma\boldsymbol{b}$; இங்கு $\gamma \in \mathbb{R}$

5

$AE : AD = \mu : 1$

$\implies \frac{AE}{AD} = \mu$

$\implies \overrightarrow{AE} = \mu\overrightarrow{AD}$

$\overrightarrow{AE} = \mu\left(\frac{6}{7}\boldsymbol{a} + \frac{1}{7}\boldsymbol{b}\right)$ 5

$\Delta ABE \implies \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BE}$ 5

$\implies \mu\left(\frac{6}{7}\boldsymbol{a} + \frac{1}{7}\boldsymbol{b}\right) = \boldsymbol{a} + \gamma\boldsymbol{b}$

$\implies \frac{6}{7}\mu\boldsymbol{a} + \frac{1}{7}\mu\boldsymbol{b} = \boldsymbol{a} + \gamma\boldsymbol{b}$ 5

But $\boldsymbol{a} \neq \boldsymbol{0}, \boldsymbol{b} \neq \boldsymbol{0}$ and $\boldsymbol{a} \nparallel \boldsymbol{b}$

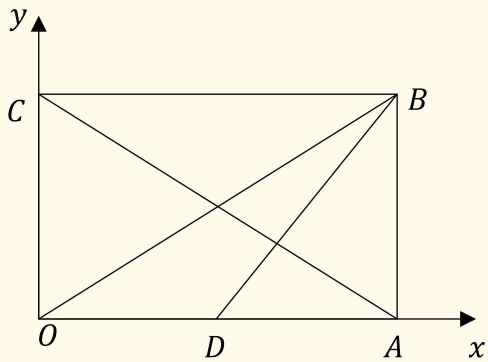
$\boldsymbol{a} \implies \frac{6}{7}\mu = 1 \implies \mu = \frac{7}{6}$ 5

$\frac{AE}{AD} = \frac{7}{6} \implies AE : DE = 7 : 1$ 5

30

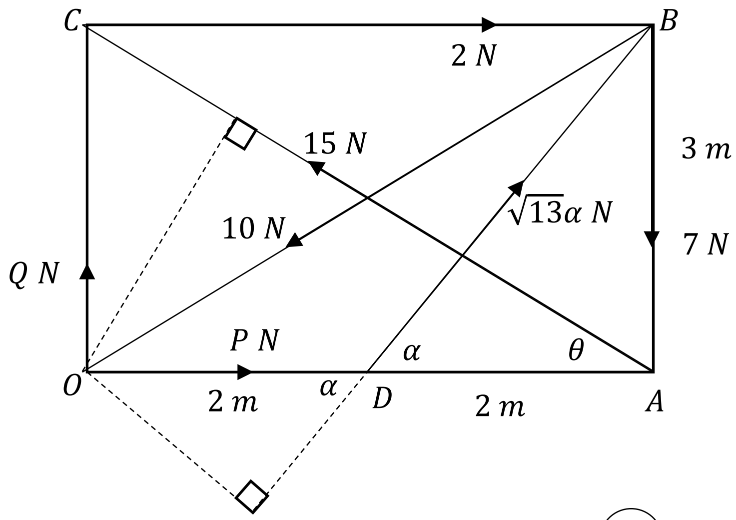
SLTC Learn. Research. Transform. Northway Family Mart SUTHA INDUSTRIES (PVT) LTD

b) O உற்பத்தியாக உள்ள போது $OA = 4\,m, AB = 3\,m$ ஆகுமாறு $OABC$ ஒரு செவ்வகம் ஆகும். OA இன் நடுப்புள்ளி D ஆகும். $OA, BA, CB, OC, AC, BO, DB$ வழியே எழுத்து ஒழுங்கு முறையினால் காட்டப்படும் திசைகளில் முறையே $P, 7, 2, Q, 15, 10, \sqrt{13}\alpha\ N$ பருமனுள்ள விசைகள் தாக்குகின்றன. இத்தொகுதி புள்ளி O இல் விசை ஒன்றுடன் சேர்ந்து இடஞ்சுழியாக $20Nm$ பருமனுள்ள இணையிற்கு சமவலுவுள்ளதென தரப்பட்டுள்ளது. $\alpha = 3$ எனக்காட்டுக.



மேலும் தொகுதியின் விளையுளானது $\overrightarrow{OB}$ இற்கு சமாந்தரமாக OA இல் புள்ளி E இல் தாக்கின் P, Q இன் பெறுமானங்களைக் கண்டு, விளையுளின் பருமனைக் காண்க.

இங்கு $OE = \frac{10}{3}m$ ஆகும். அத்துடன் விளையுளின் தாக்கக்கோட்டின் சமன்பாடு $3x - 4y - 10 = 0$ எனக்காட்டுக. இப்போது தொகுதியுடன் ஓர் இணையானது, புதிய தொகுதியின் விளையுளின் தாக்கக்கோடு புள்ளி A இனூடு செல்லுமாறு சேரக்கப்படுகிறது. சேர்த்த இணையினைக் காண்க.



$\circlearrowleft O \quad 20 = -7 \times 4 - 2 \times 3 + 15 \times 4 \sin\theta + \sqrt{13}\alpha \times 2\sin\alpha$ 10

$20 = -28 - 6 + 15 \times 4 \times \frac{3}{5} + \sqrt{13}\alpha \times 2 \times \frac{3}{\sqrt{13}}$

$20 = 2 + 6\alpha$

$\alpha = 3$ 5

15

$\rightarrow X = P + 2 - 10\cos\theta - 15\cos\theta + \sqrt{13}\alpha\cos\alpha$ 10

$= P + 2 - 25 \times \frac{4}{5} + \sqrt{13} \times 3 \times \frac{2}{\sqrt{13}}$

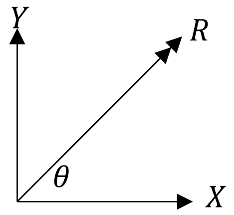
$\rightarrow X = P - 12$ ....(1) 5

$\uparrow Y = Q - 7 - 10\sin\theta - 15\sin\theta + \sqrt{13}\alpha\sin\alpha$ 10

$= Q - 7 + 5 \times \frac{3}{5} + \sqrt{13} \times 3 \times \frac{3}{\sqrt{13}}$

$\uparrow Y = Q + 5$ ....(2) 5

விளையுள் $//\ \overrightarrow{AC}$



$\therefore \tan\theta = \frac{Y}{X}$ 5

$\Rightarrow \quad \frac{3}{4} = \frac{Q+5}{P-12}$

$3P - 36 = 4Q + 20$

$3P - 4Q = 56$ ....(3) 5

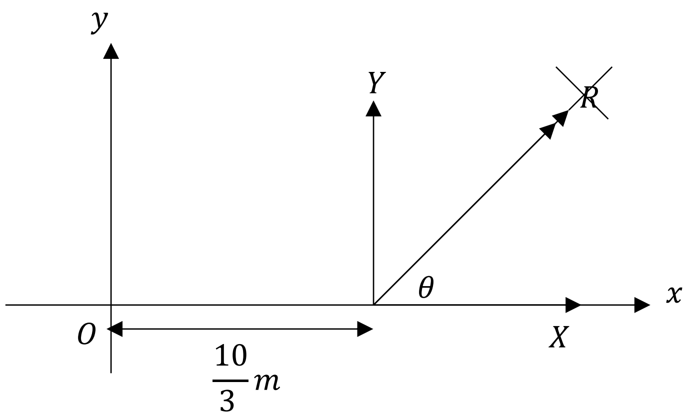
$\circlearrowleft O \quad 20 = Y \times \frac{10}{3}$ 5

$Y = 6$

$\Rightarrow 6 = Q + 5$

$Q = 1$

$(3) \Rightarrow P = 20$ 5



$X = \left(\frac{10}{3}, 0\right)$, படித்திறன் $= \tan\theta = \frac{3}{4}$

$\therefore$ தாக்க கோட்டின் சமன்பாடு

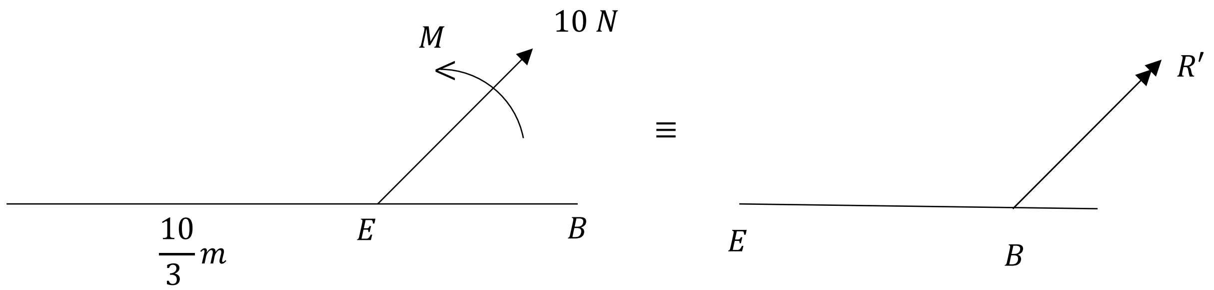
$\Rightarrow y - 0 = \frac{3}{4}\left(x - \frac{10}{3}\right)$ 5

$\Rightarrow 12y = 9x - 30$

$\Rightarrow 3x - 4y - 10 = 0$

55

$(1) \Longrightarrow X = 8, (2) \Longrightarrow Y = 6 \Longrightarrow$ விளையுள் $R = \sqrt{X^2 + Y^2} = 10N$ 5



$\curvearrowleft B \quad R' \times 0 = M - 10 \times \frac{2}{3}\sin\theta$ 5

$M = 10 \times \frac{2}{3} \times \frac{3}{5}$

$M = 4\ Nm \curvearrowleft$ 5

15

150

15)

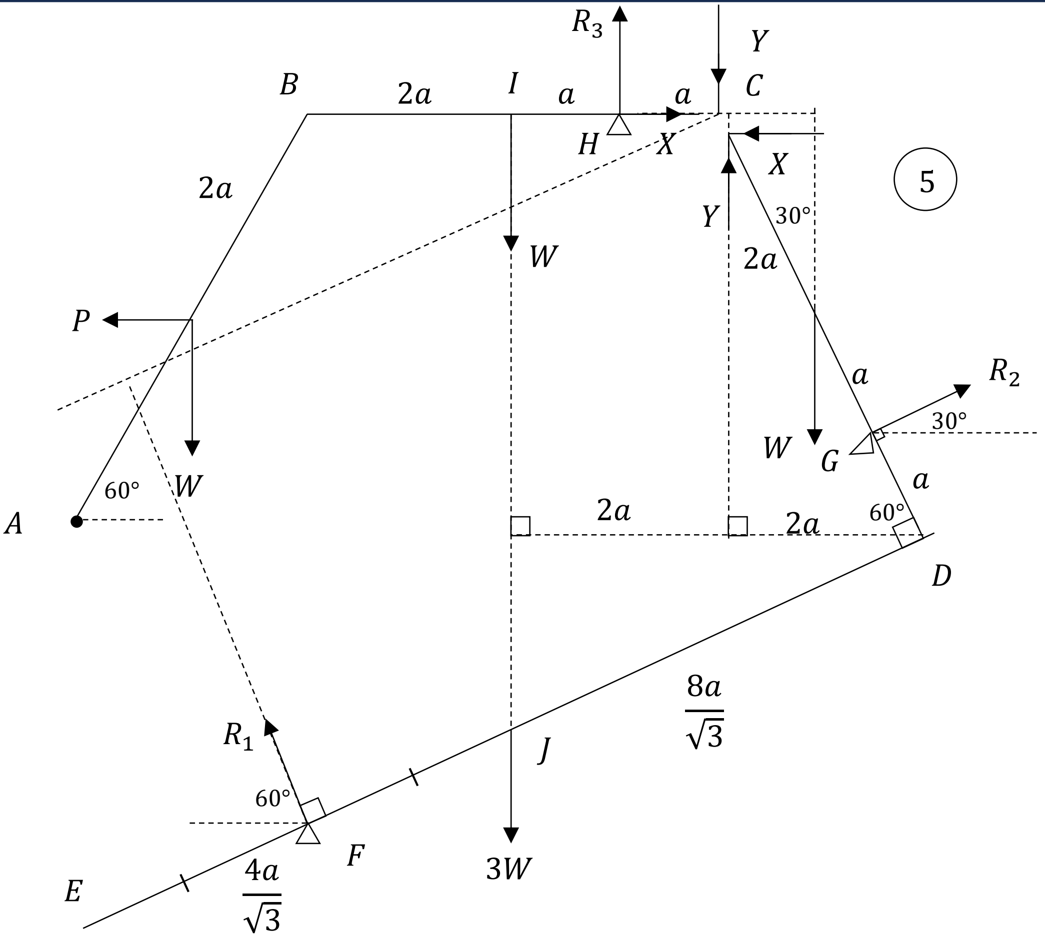
a) சமநீளம் $4a$ ஐயும் சமநிறை W ஐயும் உடைய AB, BC, CD என்னும் மூன்று சீரான கோல்களும் $3W$ நிறையுடைய ED என்ற சீரான கோலும் B, C, D ஆகிய முனைப்புள்ளிகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்டுள்ளன. முனை A ஒரு நிலைத்த புள்ளியில் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளது. உருவில் காட்டப்பட்டுள்ளவாறு $CH = DG = a, A\hat{B}C = B\hat{C}D = 120°,\ C\hat{D}E = 90°$ ஆகவும் கோல் BC கிடையாகவும், BC இன் நடுப்புள்ளி I இற்கு நிலைக்குத்தாக கீழே கோல் DE இன் நடுப்புள்ளி J இருக்குமாறும் $EF = FJ$ ஆகவும் இருக்க நான்கு கோல்களும் ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் இருக்க F, G, H ஆகிய ஒப்பமான நிலைத்த முளைகளில் பொறுத்திருக்கவும் கோல் AB இன் நடுப்புள்ளியில் பிரயோகிக்கப்படும் கிடை விசை P இனாலும் சமநிலையில் உள்ளது.

I. முளை F இனால் கோல் DE மீது உஞற்றப்படும் மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\sqrt{3}W$ எனக்காட்டுக.

II. முளை G இனால் கோல் CD மீது உஞற்றப்படும் மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{7}{3}W$ எனக்காட்டுக.

III. கோல் BC மீது மூட்டு C இல் உள்ள மறுதாக்கத்தின் கிடை, நிலைக்குத்துக் கூறுகளைக் கண்டு, முளை H இனால் கோல் BC மீது உஞற்றப்படும் மறுதாக்கத்தின் பருமன் $\frac{22}{9}W$ எனக்காட்டுக.

IV. P இன் பருமனைக் காண்க.



கோல் ED இற்கு $\curvearrowleft D$

$3W \times \frac{8a}{\sqrt{3}} \cos 30 - R_1 \times \frac{12a}{\sqrt{3}} = 0$ 5

$3W \times 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 3R_1$

$\Longrightarrow R_1 = \sqrt{3}W$ 5

15

கோல்கள் CD, DE இற்கு $\curvearrowleft C$

$R_2 \times 3a - W \times 2a \sin 30 + 3W \times 2a - R_1 \times \frac{12a}{\sqrt{3}} = 0$ 10

$3R_2 - W + 6W - 12W = 0$

$\Longrightarrow R_2 = \frac{7}{3}W$ 5

15

கோல்கள் CD, DE இற்கு

$\rightarrow \quad R_2 \cos 30 - R_1 \cos 60 - X = 0$ 5

$\frac{7}{3}W \times \frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{3}W \times \frac{1}{2} = X$

$\Longrightarrow X = \frac{2\sqrt{3}}{3}W$ 5

$\uparrow \quad Y + R_2 \sin 30 + R_1 \sin 60 - W - 3W = 0$ 5

$Y + \frac{7}{3}W \times \frac{1}{2} + \sqrt{3}W \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 4W = 0$

$\Longrightarrow Y = \frac{4}{3}W$ 5

கோல் BC இற்கு $\curvearrowleft B$

$R_3 \times 3a - W \times 2a - Y \times 4a = 0$ 5

$3R_3 = 2W + \frac{16}{3}W$

$R_3 = \frac{22}{9}W$ 5

30

கோல்கள் AB, BC இற்கு $\curvearrowleft A$

$$P \times 2a \sin 60 + R_3 \times (4a \cos 60 + 3a) - Y \times (4a \cos 60 + 4a)$$

$$-W \times 2a \cos 60 - W \times (4a \cos 60 + 2a) - X \times 4a \cos 30 = 0 \quad 15$$

$$\Rightarrow \sqrt{3}P + \frac{22}{9}W \times 5 - \frac{4}{3}W \times 6 - W - 4W - \frac{2\sqrt{3}}{3}W \times 2\sqrt{3} = 0$$

$$\Rightarrow P = \frac{43}{\sqrt{3}}W \quad 5$$

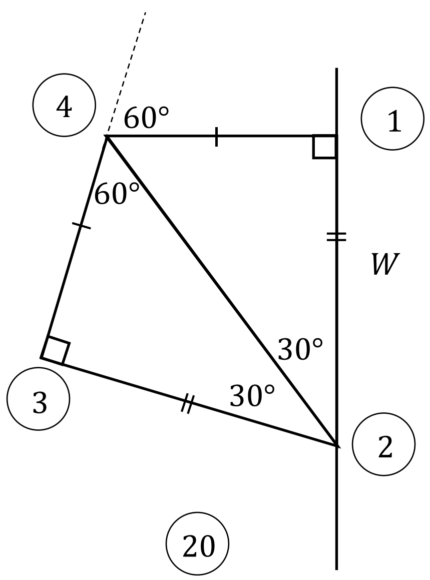
20

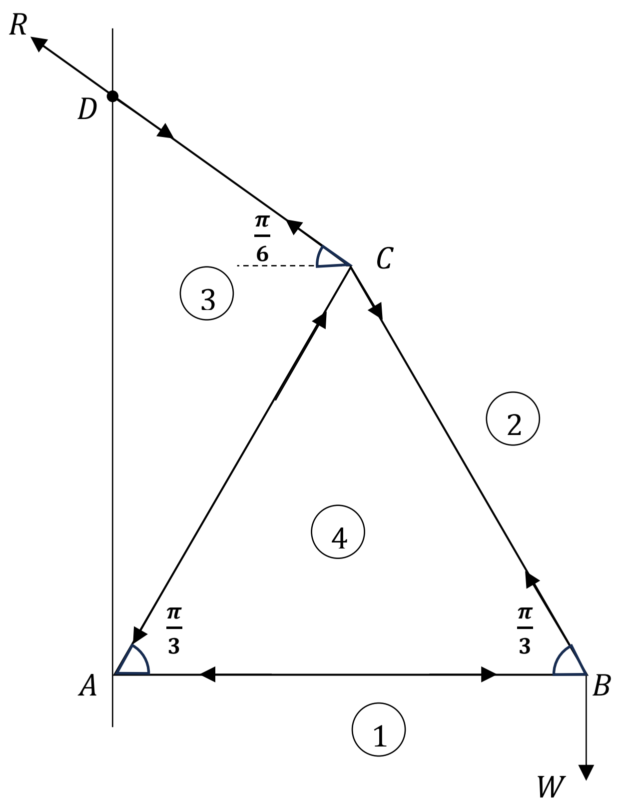
---

b) உருவில் காட்டப்பட்டுள்ள சட்டப்படல் முனைகளில் ஒப்பமாக மூட்டப்பட்ட AB, BC, AC, CD எனும் நான்கு இலேசான கோல்களைக் கொண்டுள்ளது. $AB = BC = CA, A\hat{C}D = 90°$ ஆகும். சட்டப்படல் நிலைக்குத்து சுவரில் A இலும் D இலும் ஒப்பமாக பிணைக்கப்பட்டுள்ளன. B இல் சுமை W தொங்கவிடப்பட்டு AB கிடையாக இருக்க சட்டப்படல் ஒரு நிலைக்குத்து தளத்தில் சமநிலையில் உள்ளது. போவின் குறிபீட்டைப் பயன்படுத்தி B, C ஆகிய மூட்டுகளிற்கு தகைப்பு வரிப்படத்தை வரைக. இதிலிருந்து,

I. கோல்களில் உள்ள தகைப்புகளை இனங்கண்டு அவற்றின் பெறுமானங்களைக் காண்க.

II. மூட்டு D இல் உள்ள மறுதாக்கத்தைக் காண்க.





கோல்கள்	தகைப்பு	
	இழுவை	உதைப்பு
AB	$-$	$\frac{W}{\sqrt{3}}$
BC	$\frac{2W}{\sqrt{3}}$	$-$
AC	$-$	$\frac{W}{\sqrt{3}}$
CD	W	$-$

5 + 5
5 + 5
5 + 5
5 + 5

மூட்டு D இல் மறுதாக்கம் $\overrightarrow{CD}$ வழியே $=$ 2 3

5 $= W$

5

70

150

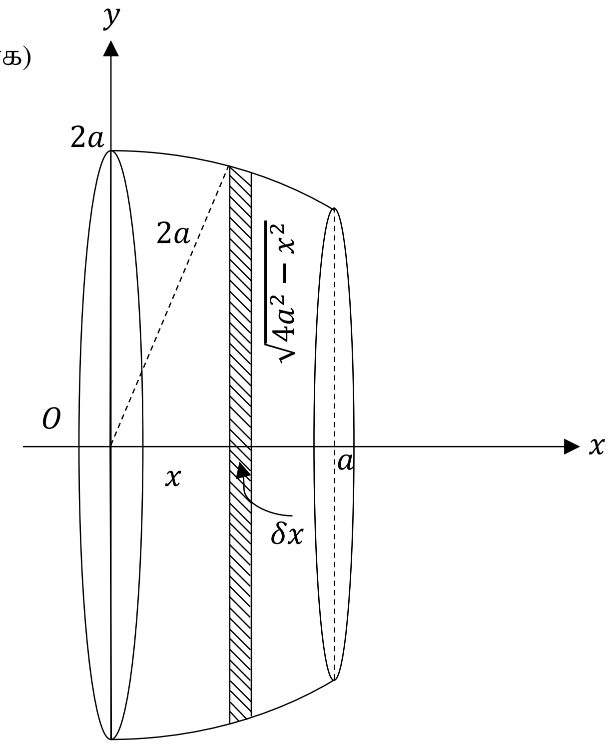
16) ஆரை $2a$ ஐ உடைய சீரான திண்ம அரை கோளம் ஒன்று, அடியின் மையம் O விலிருந்து ஒரு தூரம் a இல் அதன் அச்சிற்கு செங்குத்தான தளம் ஒன்றினால் இரு பகுதிகளாக பிரிக்கப்படுகிறது. இரு வட்ட ஓரங்களைக் கொண்ட பகுதி R இன் திணிவு $\frac{11}{3}\pi a^3\sigma$ என தொகையிடல் மூலம் காட்டி, அதன் திணிவுமையம் அச்சின் மீது O விலிருந்து $\frac{21}{44}a$ எனக்காட்டுக. இங்கு σ என்பது அலகு கனவளவிற்கான திணிவாகும்.

சீரான திண்மக்கூம்பு ஒன்றின் திணிவுமையம் அடியில் இருந்து அச்சின் வழியே $1:3$ எனும் விகிதத்தில் இருக்கும் எனக்காட்டுக.

ஆரை $2a$, உயரம் h, அடர்த்தி σ ஆகியவற்றை உடைய ஒரு சீரான திண்ம செவ்வட்ட உருளையில் இருந்து மேலே கூறப்பட்ட பகுதி R நீக்கப்பட்டு, படத்தில் காட்டியவாறு மறு பகுதியுடன் இணைக்கப்பட்டு, பகுதி R இன் சிறிய வட்ட ஓரத்துடன் ஆரை $\sqrt{3}a$, உயரம் $2h$, அடர்த்தி σ ஆகியவற்றையுடைய சீரான திண்மக் கூம்பும் இணைக்கப்பட்டு ஒரு திண்ம சேர்த்திப்பொருள் உருவாக்கப்படுகிறது. இங்கு உருளையின் அச்சு, பகுதி R இன் அச்சு, கூம்பின் அச்சு என்பன ஒரே கோடாகும். இச்சேர்த்திப் பொருளின் திணிவு மையம் O வில் இருந்து சமச்சீர் அச்சு வழியே $\frac{(15h+17a)}{18}$ தூரத்தில் உள்ளது எனக்காட்டுக.

$h = 2a$ எனின், சேர்த்திப் பொருளானது புள்ளி P இல் ஒரு இழையால் கட்டி தொங்க விடும் போது சேர்த்தி பொருளின் சமச்சீர் அச்சு கிடையாக இருக்க சமநிலையில் இருப்பதற்கு கூம்பின் உச்சியில் இணைக்கப்பட வேண்டிய நிறை $\frac{7W}{72}$ எனக்காட்டுக. இங்கு W ஆனது சேர்த்திப்பொருளின் நிறையாகும்.

R ஐ δx தடிப்புடைய வட்டதட்டுகளாக (கீலங்களாக) பிரிக்க.



கீலத்தின் திணிவு $m_i = \pi\left(\sqrt{4a^2-x^2}\right)^2 \delta x\, \sigma$

$$m_i = \pi\,\sigma(4a^2-x^2)\delta x \quad 5$$

R இன் திணிவு $= \sum m_i$

$$= \sum \pi\,\sigma(4a^2-x^2)\delta x$$

$$= \pi\,\sigma\sum(4a^2-x^2)\delta x \quad 5$$

$$= \pi\,\sigma\int_0^a (4a^2-x^2)\,dx$$

$$= \pi\,\sigma\left[4a^2x-\frac{x^3}{3}\right]_0^a \quad 5$$

$$= \pi\,\sigma\left[\left(4a^2\cdot a-\frac{a^3}{3}\right)-0\right]$$

$\Longrightarrow R$ இன் திணிவு $= \frac{11}{3}\pi a^3 \sigma$ 5

கீலத்தின் திணிவுமையம் G_i அதன் மையத்தில் உண்டு

$\therefore\ OG_i = x_i = x$

சமச்சீரின் படி R இன் திணிவுமையம் G ஆனது x அச்சில் இருக்கும்.

$\therefore\ G \equiv (\bar{x}, 0)$ 5

திணிவுமைய தேற்றப்படி

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$ 5

$$= \frac{\sum \pi\, \sigma (4a^2 - x^2)\delta x\ \times x}{\frac{11}{3}\pi a^3 \sigma}$$

$$= \frac{\sum \pi\, \sigma (4a^2 - x^2)\delta x\ \times x}{\frac{11}{3}\pi a^3 \sigma}$$

$$= \frac{\pi\, \sigma \sum (4a^2 x - x^3)\delta x}{\frac{11}{3}\pi a^3 \sigma}$$

$$= \frac{3}{11a^3}\int_0^a (4a^2 x - x^3)dx$$ 5

$$= \frac{3}{11a^3}\left(4a^2\frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4}\Big|_0^a\right)$$

$$= \frac{3}{11a^3}\left[\left(2a^2 \cdot a^2 - \frac{a^4}{4}\right) - 0\right]$$ 5

$$= \frac{3}{11a^3} \times \frac{7a^4}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{21}{44}a$$ 5

45

‘

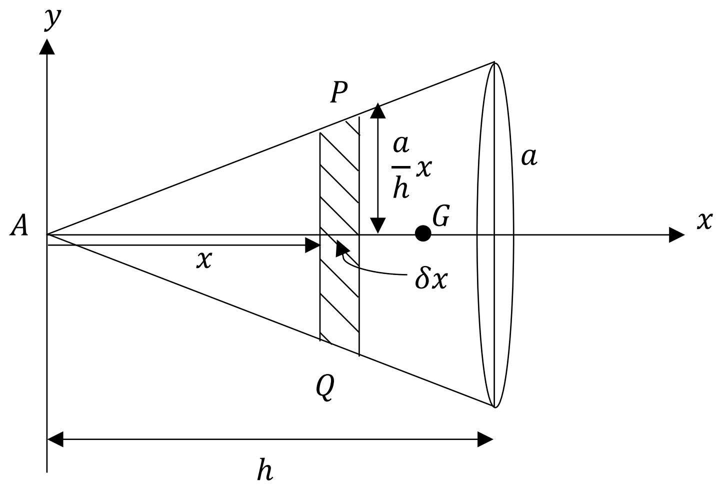
வட்டத்தட்டு PQ வை கருதுக.

திணிவு$= m_r$

கூம்பின் அடர்த்தி $-\rho$ என்க.

$m_r = \pi r^2 \delta x \rho$

$= \pi \left(\frac{a}{h}x\right)^2 \delta x \rho$ 5



கூம்பின் திணிவு $= \frac{1}{3}\pi a^2 h \rho$ 5

திணிவுமைய தேற்றப்படி

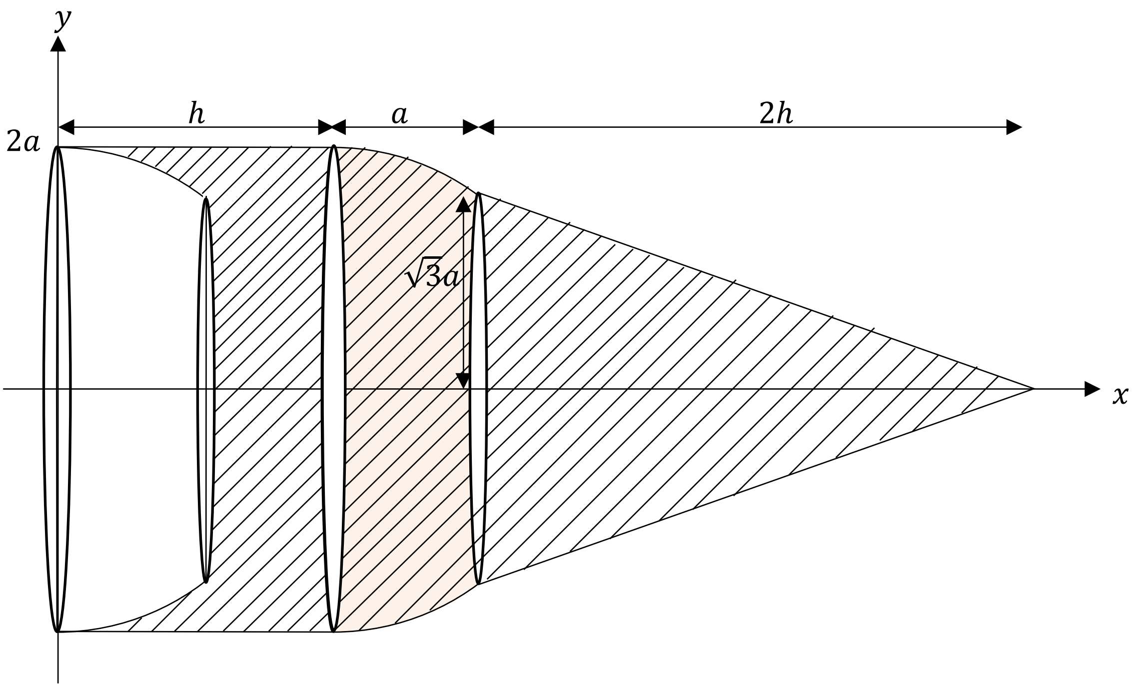
$$AG = \frac{\sum m_r x_r}{\sum m_r} = \frac{\sum \frac{\pi a^2 \rho}{h^2} \cdot x^3 \delta x}{\frac{1}{3}\pi a^2 h \rho}$$

$$= \frac{3}{h^3} \cdot \int_0^h x^3 \, dx$$ 5

$$= \frac{3}{h^3} \cdot \frac{x^4}{4}\bigg|_0^h$$

$$= \frac{3}{4}h$$ 5

20



R இன் திணிவு $= \frac{11}{3}\pi a^3\sigma = 11ak$; இங்கு $k = \frac{1}{3}\pi a^2\sigma$

உருளையின் திணிவு $= \pi(2a)^2h\sigma = 4\pi a^2h\sigma = 12hk$

கூம்பின் திணிவு $= \frac{1}{3}\pi(\sqrt{3}a)^2 \times 2h\sigma = 2\pi a^2h\sigma = 6hk$

சமச்சீரின்படி பொருளின் திணிவுமையம் G_0 ஆனது x அச்சில் அமையும்.

$\therefore\ G_0 \equiv (x_0, 0)$ 5

பொருள்	திணிவு	திணிவுமையம் (OY இலிருந்து)
உருளை	$12hk$ 5	$\frac{h}{2}$ 5
அகற்றிய R	$11ak$ 5	$\frac{21}{44}a$ 5
சேர்த்த R	$11ak$ 5	$h + \frac{21}{44}a$ 5
கூம்பு	$6hk$ 5	$\frac{3}{2}h + a$ 5
பொருள்	$18hk$ 5	x

திணிவுமைய தேற்றப்படி

$$\bar{x} = \frac{\sum m_i x_i}{\sum m_i}$$

$$= \frac{12hk \times \frac{h}{2} - 11ak \times \frac{21}{44}a + 11ak\left(h + \frac{21}{44}a\right) + 6hk\left(\frac{3}{2}h + a\right)}{18hk} \quad 10$$

$$= \frac{6h^2 + 11ah + 9h^2 + 6ah}{18h}$$

$$\bar{x} = \frac{15h + 17a}{18} \quad 5$$

65

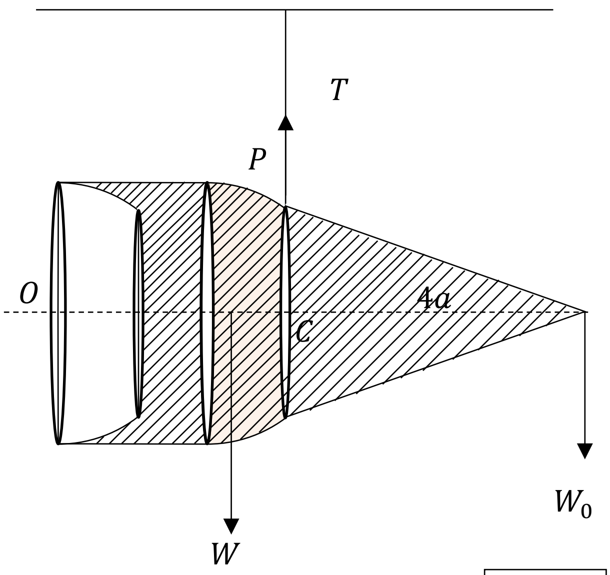
$$h = 2a \Longrightarrow \ \bar{x} = \frac{30a + 17a}{18} = \frac{47}{18}a$$ 5

சமநிலையில்

$\curvearrowleft C \quad W \times \left(3a - \frac{47}{18}a\right) - W_0 \times 4a = 0$ 10

$$\Longrightarrow W_0 = \frac{7}{72}W$$

5



20

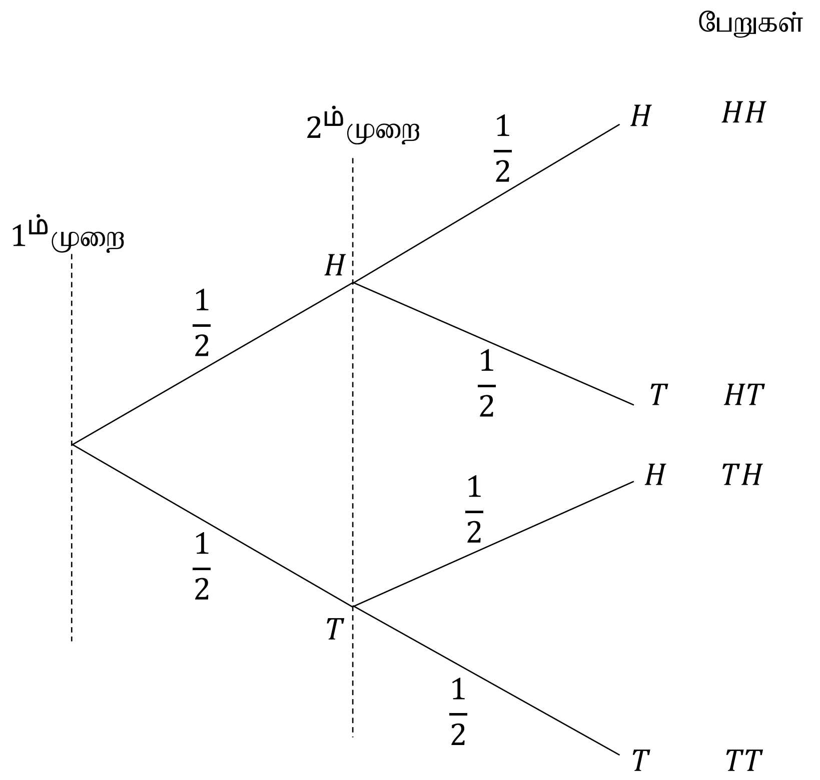
150

17)

a) சர்வசமனான B_1, B_2, B_3 என பெயரிடப்பட்ட 3 பைகள் உள்ளன. பை B_1 இல் 2 சிவப்பு, 2 பச்சை நிறப் பந்துகளும், பை B_2 இல் 3 சிவப்பு, 1 பச்சை நிறப் பந்துகளும், பை B_3 இல் 4 சிவப்பு நிறப் பந்துகளும் உள்ளன.. கோடாத நாணயம் ஒன்று இரு தடவைகள் மேலே எறியப்படுகிறது. இதன்போது இரு தடவைகளிலும் தலை பெறப்படின் பை B_1 உம், இரு தடவைகளிலும் பூ பெறப்படின் பை B_2 உம், ஒரு தடவை தலையும் பூவும் பெறப்படின் பை B_3 உம் தெரிந்தெடுக்கப்படுகின்றன. தெரிந்தெடுக்கப்பட்ட பையில் இருந்து இரு பந்துகள் எழுமாறாக வெளியே எடுக்கப்படுகின்றன.

I. வெளியே எடுக்கப்பட்ட இரு பந்துகளும் சிவப்பாக இருப்பதற்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.

II. வெளியே எடுக்கப்பட்ட இரு பந்துகளும் சிவப்பாக இருப்பின், இப் பந்துகள் பை B_2 இல் இருந்து எடுக்கப்பட்டமைக்கான நிகழ்தகவைக் காண்க.



$B_1 = \{$இரு முறை $H\} \Longrightarrow P(B_1) = P(HH) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 5

$B_2 = \{$இரு முறை $T\} \Longrightarrow P(B_2) = P(TT) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ 5

$B_3 = \{$ஒரு முறை H, ஒரு முறை $T\} \Longrightarrow P(B_3) = P(HT) + P(TH) = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{2}\right) \times 2 = \frac{1}{2}$ 10

$R = \{$இரு பந்துகளும் சிவப்பு$\}$

B_1	B_2	B_3
2 சிவப்பு 2 பச்சை	3 சிவப்பு 1 பச்சை	4 சிவப்பு

$$P\left({}^{R}/_{B_1}\right) = \frac{{}^{2}C_2}{{}^{4}C_2} = \frac{1}{6} \qquad 10$$

$$P\left({}^{R}/_{B_2}\right) = \frac{{}^{3}C_2}{{}^{4}C_2} = \frac{1}{2} \qquad 10$$

$$P\left({}^{R}/_{B_3}\right) = \frac{{}^{4}C_2}{{}^{4}C_2} = 1 \qquad 5$$

I. மொத்த நிகழ்தகவு தேற்றப்படி

$$P(R) = P\left({}^{R}/_{B_1}\right)P(B_1) + P\left({}^{R}/_{B_2}\right)P(B_2) + P\left({}^{R}/_{B_3}\right)P(B_3)$$

$$= \left(\frac{1}{6}\times\frac{1}{4}\right) + \left(\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}\right) + \left(1\times\frac{1}{2}\right) \qquad 10$$

$$P(R) = \frac{1}{24} + \frac{1}{8} + \frac{1}{2}$$

$$= \frac{2}{3} \qquad 5$$

II. Bayes' Theorem

$$P\left({}^{B_2}/_{R}\right) = \frac{P\left({}^{R}/_{B_2}\right)P(B_2)}{P(R)}$$

$$= \frac{{}^{1}/_{2}\times{}^{1}/_{4}}{{}^{2}/_{3}} \qquad 10$$

$$P\left({}^{B_2}/_{R}\right) = \frac{3}{16} \qquad 5$$

75

(b) n நோக்கல்களைக் கொண்ட x இன் பெறுமானங்களின் தொடை $\{x_1, x_2, x_3, \dots\dots\dots, x_n\}$ ஆகும். இவற்றின் இடை $\bar{x}$, நியமவிலகல் S_x ஆகும் எனக்கொள்வோம். $a(>0), b$ என்பன மாறிலிகளாக இருக்க x இன் பெறுமானங்கள் $y = ax + b$ எனும் ஏகபரிமான உருமாற்றத்திற்கு உட்படுத்தப்பட்ட போது பெறப்பட்ட y இன் நோக்கல் தொடை $\{y_1, y_2, y_3, \dots\dots\dots, y_n\}$ ஆக பெறப்பட்டது. இதன் இடை $\bar{y}$, நியமவிலகல் S_y எனக்கொள்வோம்.

i. $\bar{y} = a\bar{x} + b$ எனவும்

ii. $S_y = aS_x$ எனவும் காட்டுக.

30 மாணவர்களால் கணிப்பீட்டு பரீட்சையொன்றில் பெறப்பட்ட புள்ளிகள்(x) ஆனது $y = \frac{x+2}{2}$ என ஆகுமாறு உருமாற்றப்பட்ட போது பெறப்பட்ட புள்ளிகள் y இன் மீடிறன் பரம்பல் கீழே தரப்பட்டுள்ளது.

y இன் வகுப்பாயிடை	மீடிறன்
$1-3$	02
$3-5$	06
$5-7$	16
$7-9$	02
$9-11$	04

y இன் இடை 6 எனக்காட்டி, அதன் இடையத்தைக் காண்க. மேலும் y இன் நியம விலகல் 2 (கிட்டிய முழு எண்ணில்) எனத்தரப்படுகிறது. மாணவர்களின் கணிப்பீட்டுப் புள்ளிகள் x இன் இடை, நியமவிலகல், இடையம் ஆகியவற்றை மதிப்பிடுக.

பரம்பல் x இன் ஓராயக்குணகத்தின் பெறுமானத்தை அண்ணளவாக கணித்து, பரம்பலின் வடிவம் யாதெனக் குறிப்பிடுக.

$y = ax + b$ ....(1)

$\bar{y} = \frac{\sum y}{n}$ 5

$= a\frac{\sum x}{n} + \frac{\sum b}{n}$

$= a\bar{x} + \frac{nb}{n}$

$\bar{y} = a\bar{x} + b$ ....(2) 5

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum(y-\bar{y})^2}{n}}$$ 5

$(1) - (2)$ இலிருந்து

$$S_y = \sqrt{\frac{\sum[a(x-\bar{x})]^2}{n}}$$ 5

$$= \sqrt{\frac{a^2\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$$= |a|\sqrt{\frac{\sum(x-\bar{x})^2}{n}}$$

$S_y = aS_x$; $a > 0$

5

y இன் வகுப்பாயிடை	நடுப்பெறுமானம் (y)	மீடிறன் (f)	திரள் மீடிறன் $(c.f)$	fy
$1-3$	2	02	02	04
$3-5$	4	06	08	24
$5-7$	6	16	24	96
$7-9$	8	02	26	16
$9-11$	10	04	30	40
		$\sum f = 30$		$\sum fy = 180$

y இன் இடை $\bar{y} = \frac{\sum fy}{\sum f}$

$= \frac{180}{30}$

$\bar{y} = 6$ 5

y இன் இடையம் $= L + c\left(\frac{N/_2 - c.f}{f}\right)$

$= 5 + 2\left(\frac{30/_2 - 8}{16}\right)$ 5

$= 5.875$ 5

$y = \frac{x+2}{2}$

$y = \frac{1}{2}x + 1$

$\Longrightarrow \bar{y} = \frac{1}{2}\bar{x} + 1$

$\bar{y} = 6 \Longrightarrow 6 = \frac{1}{2}\bar{x} + 1$

$\Longrightarrow \bar{x} = 10$ 5

$S_y = \frac{1}{2}S_x$

$S_y = 2 \Longrightarrow 2 = \frac{1}{2}S_x$

$\Longrightarrow S_x = 4$ 5

$y = \frac{1}{2}x + 1$

$y = 5.875 \Longrightarrow x = 9.75$ 5

$\therefore$ x இன் இடையம் $= 9.75$

ஓராயக்குணகம் $\triangleq \dfrac{3(\text{இடை} - \text{இடையம்})}{\text{நியமவிலகல்}}$

$= \frac{3(10-9.75)}{4}$ 5

$= 0.1875 > 0$ 5

நேர் ஓராயமான பரம்பல்

5

75

150